CASIO

ATIVIDADES PRÁTICAS E LABORATORIAIS

Aquisição e tratamento de dados com a calculadora gráfica

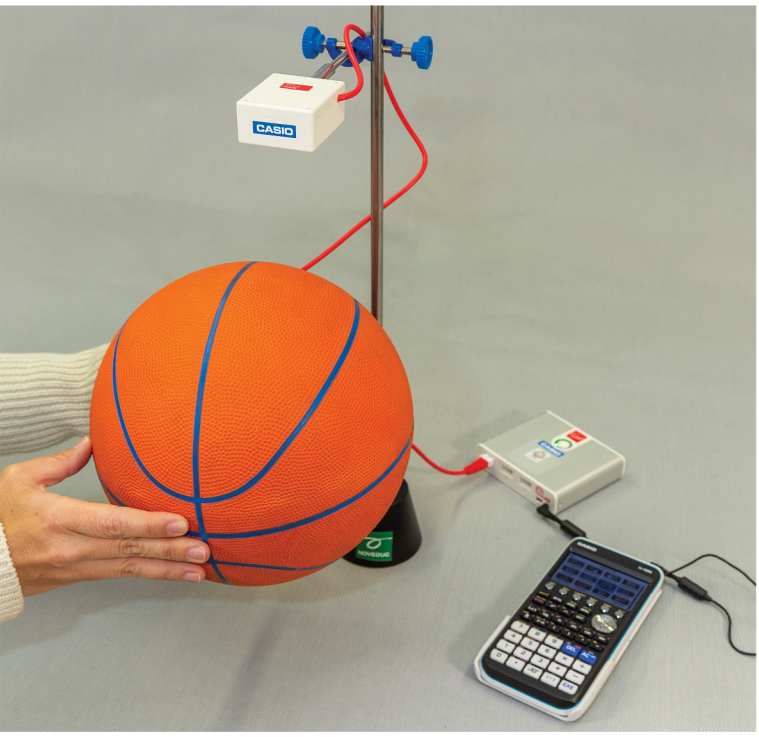
Física e Química A • 10.º e 11.º anos

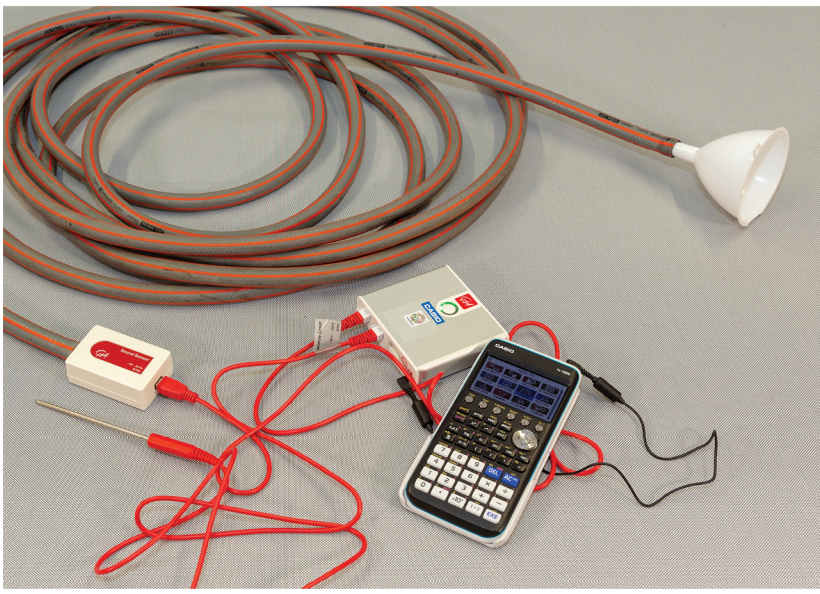
José Jorge Teixeira • Ana Margarida Dias

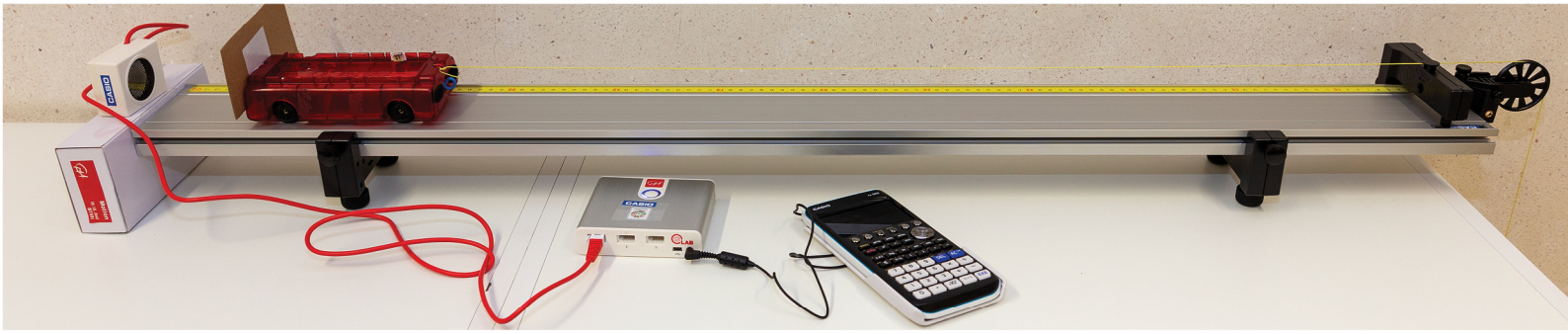
De acordo com as Aprendizagens Essenciais











ATIVIDADES PRÁTICAS E LABORATORIAIS

Aquisição e tratamento de dados com a calculadora gráfica

Física e Química A • 10.º e 11.º anos

José Jorge Teixeira • Ana Margarida Dias

De acordo com as Aprendizagens Essenciais

Título
Atividades práticas e laboratoriais:
Aquisição e tratamento de dados com a calculadora gráfica

Autores
José Jorge Teixeira • Ana Margarida Dias

Revisão Científica
Armando Soares

Fotografia
António Alves Chaves

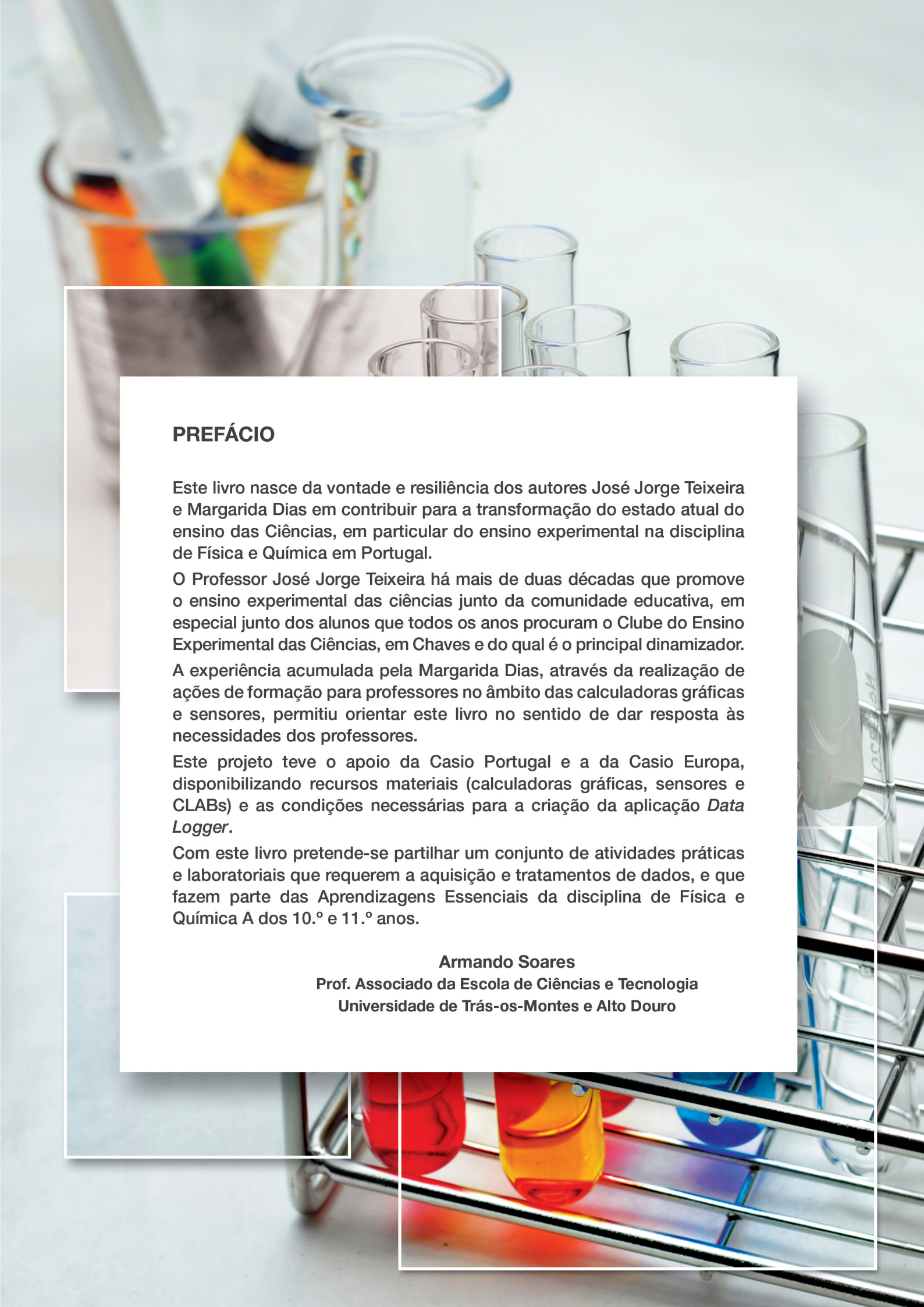
Autores
José Jorge Teixeira
Mestre em Ensino da Física. Professor de Física
e Química do Ensino Básico e do Ensino Secundário.
Vencedor do Global Teacher Prize Portugal e do Global Teacher Award.

Ana Margarida Dias
Licenciada em Matemática Aplicada. Casio School Coordinator em Portugal.
Formadora acreditada pelo Conselho Científico - Pedagógico da Formação Contínua.

Atividades realizadas nos laboratórios do Agrupamento
de Escolas Dr. Júlio Martins, em Chaves.

Casio Portugal
Rua do Pólo Sul, N.º 2, 4.º A 1990-273 Lisboa

Lisboa, 2022 • 1.ª Edição • 1.ª Tiragem
500 exemplares



PREFÁCIO

Este livro nasce da vontade e resiliência dos autores José Jorge Teixeira e Margarida Dias em contribuir para a transformação do estado atual do ensino das Ciências, em particular do ensino experimental na disciplina de Física e Química em Portugal.

O Professor José Jorge Teixeira há mais de duas décadas que promove o ensino experimental das ciências junto da comunidade educativa, em especial junto dos alunos que todos os anos procuram o Clube do Ensino Experimental das Ciências, em Chaves e do qual é o principal dinamizador.

A experiência acumulada pela Margarida Dias, através da realização de ações de formação para professores no âmbito das calculadoras gráficas e sensores, permitiu orientar este livro no sentido de dar resposta às necessidades dos professores.

Este projeto teve o apoio da Casio Portugal e a da Casio Europa, disponibilizando recursos materiais (calculadoras gráficas, sensores e CLABs) e as condições necessárias para a criação da aplicação *Data Logger*.

Com este livro pretende-se partilhar um conjunto de atividades práticas e laboratoriais que requerem a aquisição e tratamentos de dados, e que fazem parte das Aprendizagens Essenciais da disciplina de Física e Química A dos 10.º e 11.º anos.

Armando Soares
Prof. Associado da Escola de Ciências e Tecnologia
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

ÍNDICE

APSA 10Q 1 - Constante de Avogadro e volume molar 07

AL 10F 1.1 - Movimento num plano inclinado:
Variação da energia cinética e distância percorrida 11

AL 10F 1.2 - Movimento vertical de queda e ressalto de uma bola:
Transformações e transferência de energia 21

AL 10F 2.1 - Características de uma pilha 41

AL 10F 3.1 - Radiação e potência elétrica de um painel fotovoltaico 53

AL 10F 3.2 - Capacidade térmica mássica 63

AL 10F 3.3 - Balanço energético num sistema termodinâmico 73

AL 11F 1.1 - Queda livre:
Força gravítica e aceleração da gravidade 81

AL 11F 1.2 - Forças nos movimentos retilíneos acelerado e uniforme 93

AL 11F 1.3 - Movimento uniformemente variado:
Velocidade e deslocamento 99

APSA 11F 1.4 - Movimento retilíneo uniformemente variado 115

AL 11F 2.1 - Características do som 123

AL 11F 2.2 - Velocidade de propagação do som 143

AL 11F 3.1 - Absorção, reflexão, refração e reflexão total 159

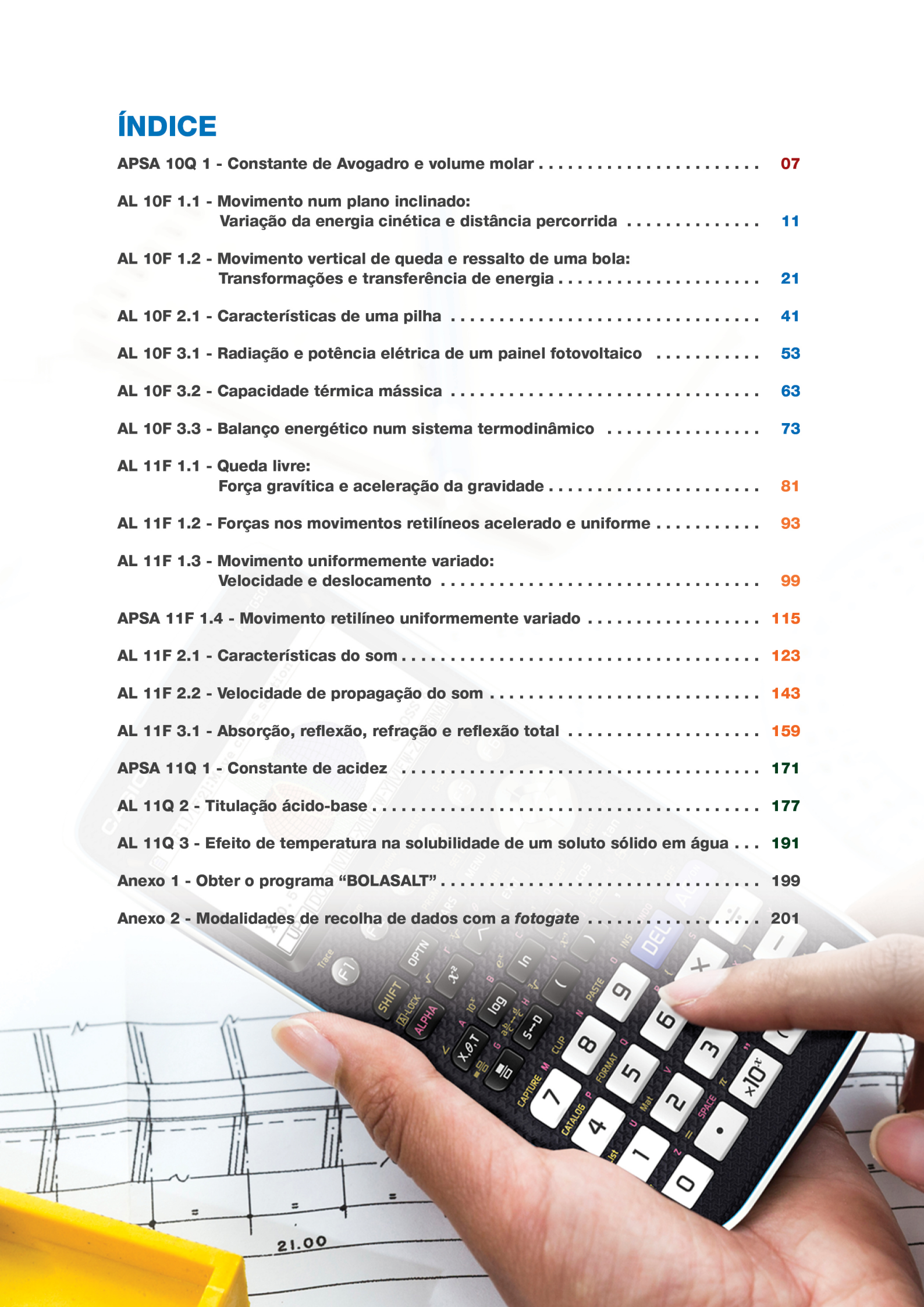
APSA 11Q 1 - Constante de acidez 171

AL 11Q 2 - Titulação ácido-base 177

AL 11Q 3 - Efeito de temperatura na solubilidade de um soluto sólido em água . . . 191

Anexo 1 - Obter o programa “BOLASALT” 199

Anexo 2 - Modalidades de recolha de dados com a *fotogate* 201



APSA 10Q 1 – Constante de Avogadro e volume molar

1 – Aprendizagens Essenciais

Compreender o conceito de volume molar de gases a partir da lei de Avogadro e concluir que este só depende da pressão e temperatura e não do gás em concreto.

Relacionar o número de entidades com a quantidade de matéria, identificando a constante de Avogadro como constante de proporcionalidade.

2 – Objetivos

1 – Representar gráficos de dispersão (pontos) para dados experimentais.
2 – Determinar a equação da reta que melhor se ajusta aos dados experimentais.
3 – Relacionar os parâmetros da regressão com o problema em estudo.

3 – Material

- Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50



Figura 1 – Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50.

4 – Sugestões e notas gerais

Nesta atividade prática de sala de aula (APSA) são propostas duas atividades que permitem a introdução da calculadora gráfica, na componente de Química do 10.º ano, em tarefas de construção de gráficos de dispersão (pontos) e na obtenção de equações de retas de dados experimentais ou simulados.
A tabela 1 mostra como varia o volume de um gás ideal, à pressão de 1 atmosfera, com a temperatura. Os valores podem ser obtidos a partir da lei dos gases ideais ou através de um simulador (por exemplo, https://planetcalc.com/7918/). Na atividade 1 pretende-se construir o gráfico de dispersão do volume molar, V_m, em função da temperatura, T, verificar que uma reta se ajusta bem ao conjunto dos pontos do gráfico e determinar a equação dessa reta.

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

Tabela 1 – Volume molar de um gás ideal, à pressão de 1 atm, para determinados valores de temperatura.

V_m / (dm³ mol⁻¹)	22,4	22,8	23,2	23,6	24,1	24,5	24,9	25,3	25,7	26,1	26,5	26,9	27,3
T / °C	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60

Com os dados da tabela 2, pretende-se determinar, na atividade 2, a constante de Avogadro a partir do declive da equação da reta no gráfico da quantidade de matéria, *n*, em função do número de moléculas de CO_2, *N*.

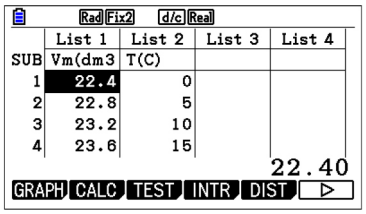
Tabela 2 – Número de moléculas de CO_2 para determinados valores de quantidade matéria.

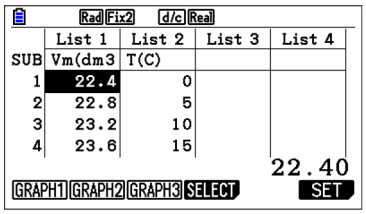
N	0,0	$1{,}204 \times 10^{22}$	$2{,}409 \times 10^{22}$	$3{,}011 \times 10^{22}$	$4{,}215 \times 10^{22}$	$5{,}420 \times 10^{22}$	$7{,}226 \times 10^{22}$
n / mol	0,0	0,020	0,040	0,050	0,070	0,090	0,120

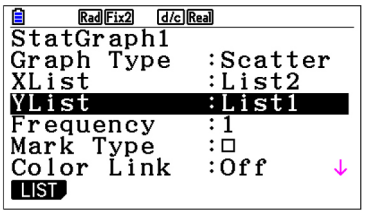
5 - Tratamento dos dados

Atividade 1

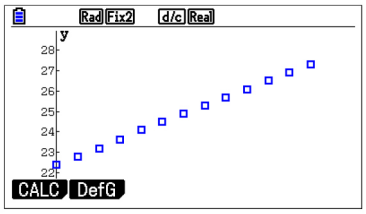
Os dados da tabela 1 são introduzidos na lista 1 e na lista 2 do menu estatística (MENU 2). Desenhar o gráfico do volume molar, V_m, em função da temperatura, *T*. Escolher F1 (GRAPH) e em F6 (SET), definir as listas. Escolher para o eixo dos *xx* (X*List*), a lista 2 (*List 2*) e para o eixo dos *yy* (Y*List*), a lista 1 (*List 1*). Regressar ao ecrã anterior EXIT e pressionar F1 (GRAPH1).

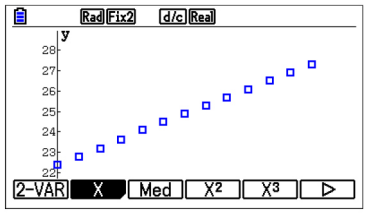


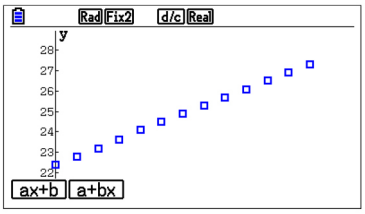


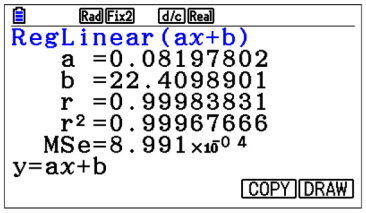


O gráfico é exibido. Para obter a regressão pressionar F1 (CALC). Escolher F2 (X) e F1 (ax+b). Os parâmetros da regressão linear são exibidos.







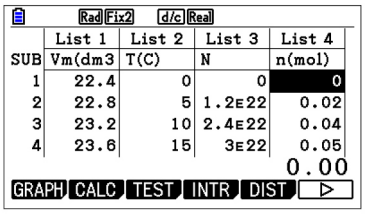


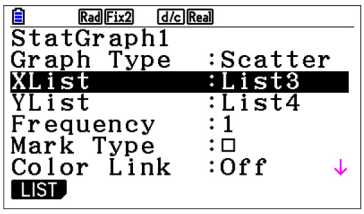
A reta de ajuste para o volume molar de um gás ideal, à pressão de 1 atmosfera, em função da temperatura é $y = 0{,}082x + 22{,}4$ ou $V_m = 0{,}082T + 22{,}4$ (volume molar em dm³ mol⁻¹ e temperatura em °C).

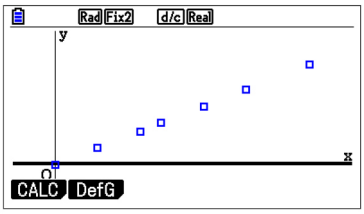
O valor de r^2 (0,9997) mostra que os dados se ajustam bem a uma função linear.

Atividade 2

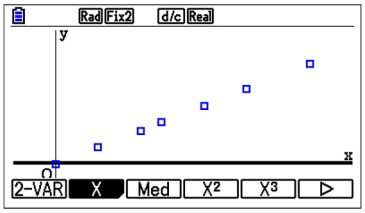
Os dados da tabela 2 são acrescentados nas listas do menu estatística. Assim, a lista 3 vai conter o número de moléculas de CO_2, *N*, e a lista 4 a quantidade de matéria, *n*.
Desenhar o gráfico da quantidade de matéria, *n*, em função do número de moléculas de CO_2, *N*. Escolher F1 (GRAPH) e em F6 (SET), definir as listas. Escolher para o eixo dos *xx* (X*List*), a lista 3 (*List 3*) e para o eixo dos *yy* (Y*List*), a lista 4 (*List 4*). Regressar ao ecrã anterior EXIT e pressionar F1 (GRAPH1).

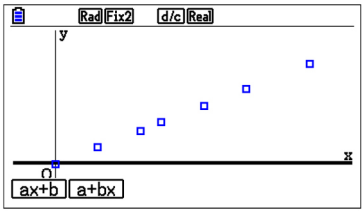


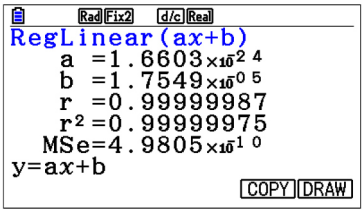




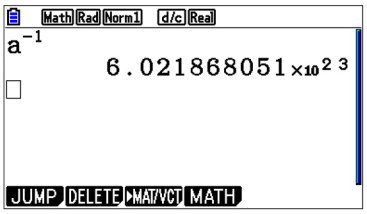
O gráfico é exibido. Para calcular a regressão pressionar F1 (CALC). Escolher F2 (X) e F1 (ax+b). Os parâmetros da regressão linear são exibidos.







Comparando a equação da reta de ajuste com a equação $n = \frac{N}{N_A}$, constata-se que a constante de Avogadro, N_A, é igual ao inverso do declive da reta referida.



6 - Conclusões

Esta APSA sugere duas atividades para introduzir as potencialidades da calculadora gráfica na componente de Química do 10.º ano do ensino secundário. A primeira atividade relacionou o volume molar de um gás ideal, à pressão atmosférica, com a temperatura através da construção de um gráfico de dispersão e da obtenção dos parâmetros da regressão linear. A segunda, através de um dos parâmetros da regressão linear, permitiu obter a constante de Avogadro.

Notas

AL 10F 1.1 – Movimento num plano inclinado: variação da energia cinética e distância percorrida

1 – Aprendizagens Essenciais

Estabelecer, experimentalmente, a relação entre a variação de energia cinética e a distância percorrida por um corpo, sujeito a um sistema de forças de resultante constante, usando processos de medição e de tratamento estatístico de dados e comunicando os resultados.

2 – Objetivos (com base nas metas curriculares revogadas pelo Despacho n.º 6605-A/2021)

1 - Identificar medições diretas e indiretas.
2 - Realizar medições diretas usando balanças, escalas métricas e cronómetros digitais.
3 - Indicar valores de medições diretas para uma única medição (massa, comprimento) e para um conjunto de medições efetuadas nas mesmas condições (intervalos de tempo).
4 - Determinar o desvio percentual (incerteza relativa em percentagem) associado à medição de um intervalo de tempo.
5 - Determinar velocidades e energias cinéticas.
6 - Construir o gráfico da variação da energia cinética em função da distância percorrida sobre uma rampa e concluir que a variação da energia cinética é tanto maior quanto maior for a distância percorrida.

3 – Material

- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 Célula fotoelétrica (*photogate* BT63i)
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Cabo BT – IEEE1394 (cabo que liga a célula fotoelétrica ao CLAB)
- 1 Suporte universal
- 1 Noz
- 1 Carrinho com uma tira opaca na parte superior (pino opaco estreito)
- 1 Plano inclinado com fita métrica incorporada (ou equivalente)
- 1 Craveira
- 1 Transferidor ou medidor de ângulos
- 1 Balança

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

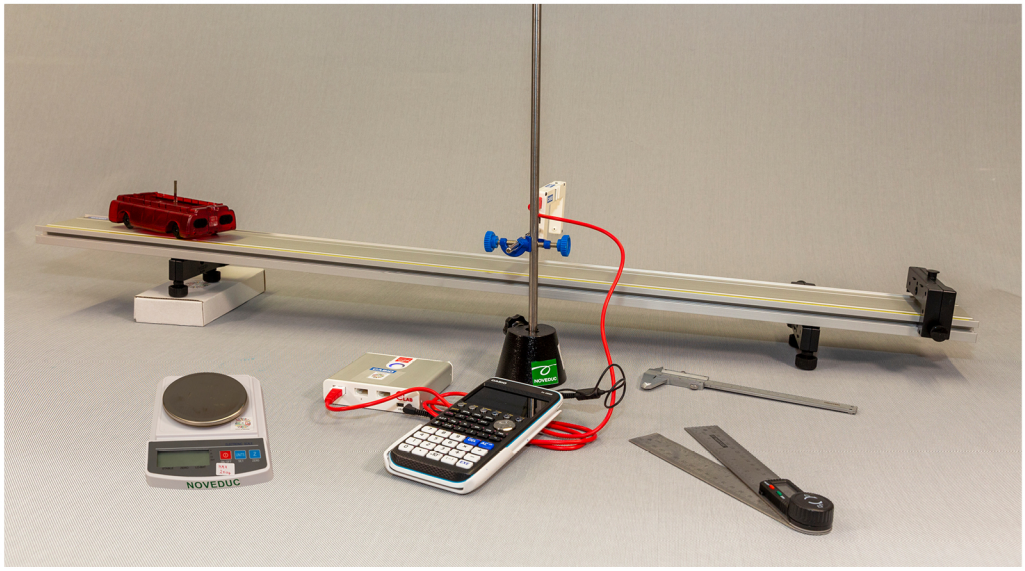


Figura 1 – Material necessário para a atividade.

4 – Montagem do material

Ligar os instrumentos de acordo com as seguintes indicações (figura 2):

- O CLAB deve estar ligado à calculadora através do cabo SB-62;
- O cabo BT – IEEE1394 liga à **porta B** da célula fotoelétrica e ao **canal 1** do CLAB;
- O interruptor da célula fotoelétrica deve estar posicionado de forma que o feixe de luz interno esteja selecionado (figura 3).

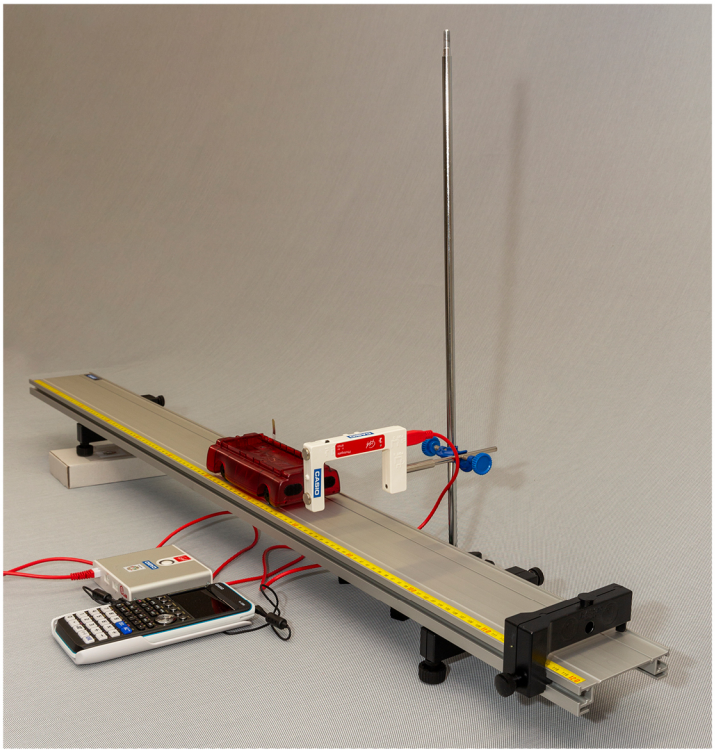


Figura 2 – Montagem para a determinação da energia cinética do carrinho em vários pontos do plano inclinado.

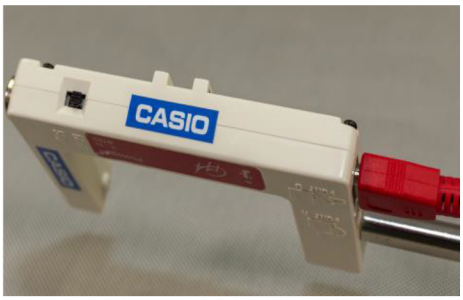


Figura 3 – Pormenor da posição do interruptor (feixe de luz interno selecionado).

5 – Sugestões e notas gerais

- Esta atividade tem por base o Teorema da Energia Cinética ou Lei do Trabalho-Energia (trabalho da resultante das forças aplicadas num corpo, $W_{\vec{R}}$, é igual à variação da sua energia cinética, ΔE_c):

$$W_{\vec{R}} = \Delta E_c \qquad (1)$$

- A atividade deve proporcionar a iniciação ao tratamento estatístico de dados.
- Recomenda-se a utilização de carrinhos com reduzido atrito nos eixos e rodas de massa reduzida, comparativamente à massa do carrinho, para minimizar o atrito e o efeito da rotação.
- Optou-se por largar o carrinho sempre da mesma posição (O) e determinar a velocidade nas posições A, B, C, D, E, F e G (figura 4). Para a determinação da velocidade utilizou-se uma célula fotoelétrica que regista o tempo de interrupção, Δt, da tira/pino nas posições referidas. A distância entre a posição de largada (posição O) e as posições onde é colocada a célula fotoelétrica (posições A, B, C, D, E, F ou G) corresponde à distância, *d,* percorrida pelo carrinho (figura 4).

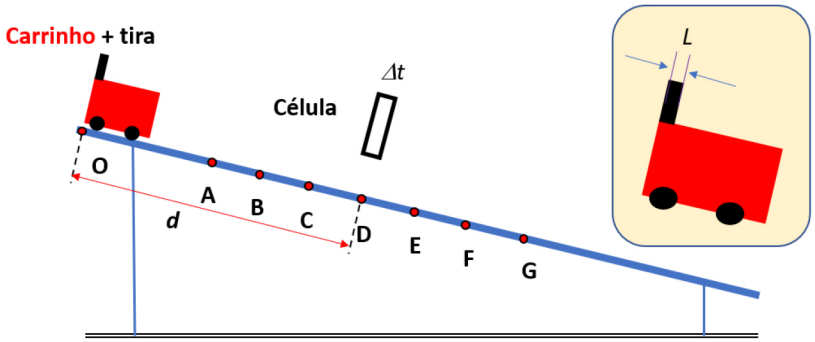


Figura 4 – Medição do tempo de interrupção, Δt, do feixe da célula em sete posições.

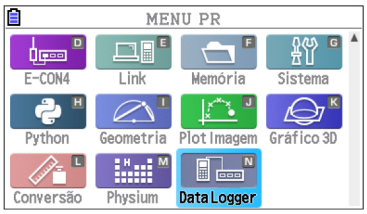
- Para cada uma das posições (A, B, C, D, E, F e G) devem realizar-se, no mínimo, três medidas do tempo de interrupção do feixe, Δt, de modo a possibilitar um tratamento estatístico dos dados recolhidos.
- As velocidades, em cada uma das posições A, B, C, D, E, F e G, foram calculadas pelo quociente da largura da tira (pino), *L*, pelo valor médio do tempo de interrupção na célula fotoelétrica, $\overline{\Delta t}$.

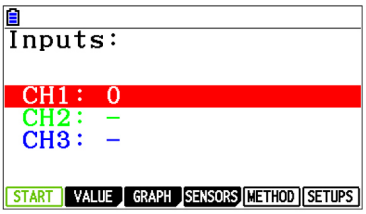
José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

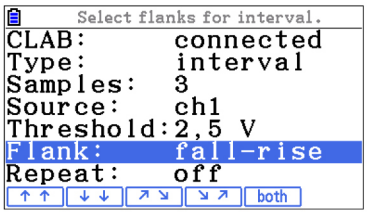
- A célula fotoelétrica deve estar posicionada perpendicularmente à largura da tira. Posições não perpendiculares aumentam os tempos de interrupção do feixe com a consequente diminuição da velocidade calculada (erro sistemático).
- Dever-se-á fazer a distinção entre incerteza associada a uma só medição (incerteza de leitura) e a um conjunto de medições efetuadas nas mesmas condições (incerteza de observação).

6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

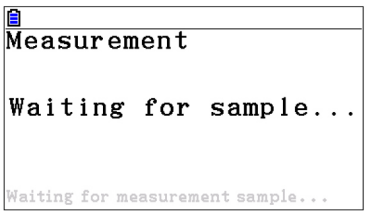
Entrar no menu *Data Logger,* configurar a atividade em [F5](METHOD). Na opção *Type* escolher [F3](*interval*). Em amostras, *Samples*, solicitar três recolhas [EXE] [3] [EXE] para que seja registado três vezes o tempo de interrupção na célula fotoelétrica.
Na opção *Source* escolher [F2](*ch1*) que corresponde ao canal 1. Em *Flank* escolher a opção [F4](*fall-rise*) para medir o tempo de interrupção na célula (consultar anexo 2 - Modalidades de recolha de dados com a célula fotoelétrica). Desligar o *Repeat* [F1](*off*).

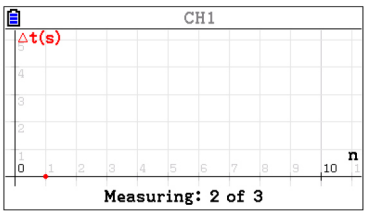


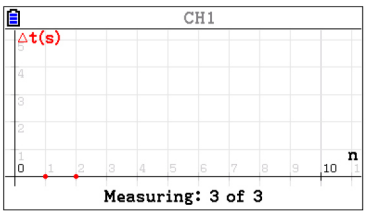


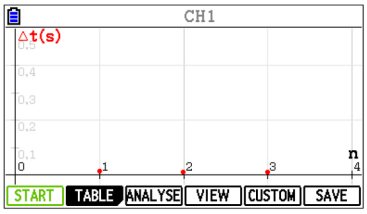


Regressar ao ecrã anterior [EXIT] e pressionar [F1](START).
Colocar a célula na posição A e largar o carrinho da posição O, de acordo com a figura 4. Quando a tira corta o feixe da célula fotoelétrica é marcado um ponto num gráfico. Repetir a largada do carrinho mais duas vezes. Quando terminar a recolha dos três valores, o CLAB emite um sinal sonoro e é exibido o gráfico final com uma barra de ferramentas (START, TABLE, …).

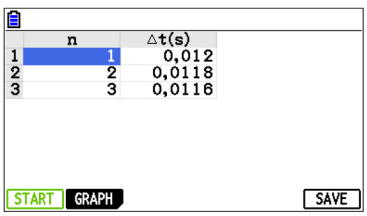




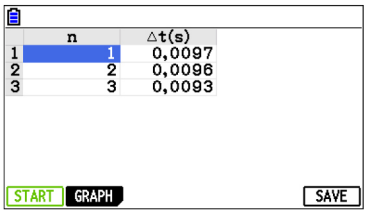


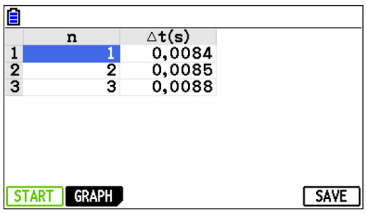


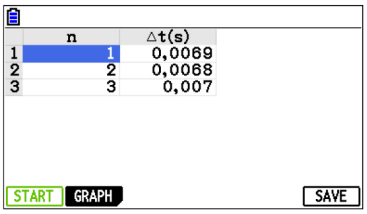
Para visualizar os três tempos, usar a opção [F2](TABLE).



Repetir o mesmo procedimento para as restantes posições (B, C, D, E, F e G). Os ecrãs abaixo mostram os intervalos de tempo, Δt, obtidos nas posições B, C e E.







A tabela 1 apresenta os intervalos de tempo registados nas sete posições indicadas na figura 4, correspondentes a sete distâncias percorridas pelo carrinho.

Tabela 1 – Tempos de interrupção registados para cada posição.

Posição	d / m	Δt / s
A	0,200	0,0120
		0,0118
		0,0116
B	0,300	0,0097
		0,0096
		0,0093
C	0,400	0,0084
		0,0085
		0,0088
D	0,500	0,0076
		0,0077
		0,0078
E	0,600	0,0069
		0,0068
		0,0070
F	0,700	0,0065
		0,0063
		0,0062
G	0,800	0,0059
		0,0060
		0,0061

7 - Tratamento dos dados

A atividade foi realizada nas seguintes condições:

- Massa do carrinho, $m = (254 \pm 1)$ g;
- Largura da tira, $L = (6{,}00 \pm 0{,}02)$ mm;
- Ângulo de inclinação da rampa, $\theta = (4{,}0 \pm 0{,}1)$ °.

A incerteza de leitura da célula fotoelétrica é de 0,0001 s.

A tabela 2 apresenta a média dos intervalos de tempo de interrupção, os desvios absolutos, o desvio absoluto máximo (incerteza absoluta de observação), I_a, e o desvio percentual, D_p, em cada uma das posições.

Tabela 2 – Média dos intervalos de tempo, incerteza absoluta de observação, I_a, e desvio percentual, D_p.

d / m	Δt / s	$\overline{\Delta t}$ / s	$\lvert Desvio \rvert$ / s	$\lvert Desvio \rvert_{máx}$ / s	$\Delta t \pm I_a$ ou $\Delta t \pm D_p$
0,200	0,0120	0,0118	0,0002	0,0002	(0,0118 ± 0,0002) s ou 0,0118 s ± 1,7%
	0,0118		0,0000		
	0,0116		0,0002		
0,300	0,0097	0,0095	0,0002	0,0002	(0,0095 ± 0,0002) s ou 0,0095 s ± 2,1%
	0,0096		0,0001		
	0,0093		0,0002		
0,400	0,0084	0,0086	0,0002	0,0002	(0,0086 ± 0,0002) s ou 0,0086 s ± 2,3%
	0,0085		0,0001		
	0,0088		0,0002		
0,500	0,0076	0,0077	0,0001	0,0001	(0,0077 ± 0,0001) s ou 0,0077 s ± 1,3%
	0,0077		0,0000		
	0,0078		0,0001		
0,600	0,0069	0,0069	0,0000	0,0001	(0,0069 ± 0,0001) s ou 0,0069 s ± 1,4%
	0,0068		0,0001		
	0,0070		0,0001		
0,700	0,0065	0,0063	0,0002	0,0002	(0,0063 ± 0,0002) s ou 0,0063 s ± 3,2%
	0,0063		0,0000		
	0,0062		0,0001		
0,800	0,0059	0,0060	0,0001	0,0001	(0,0060 ± 0,0001) s ou 0,0060 s ± 1,7%
	0,0060		0,0000		
	0,0061		0,0001		

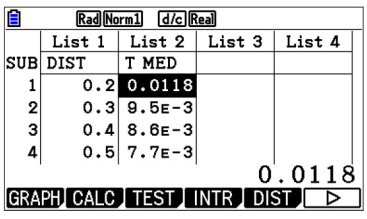
As velocidades (v) e as variações das energias cinéticas (ΔE_c), em cada uma das posições, constam na tabela 3.

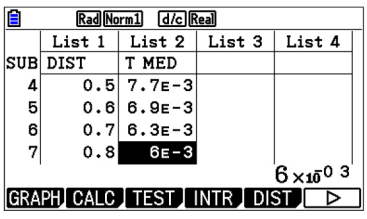
Tabela 3 – Distância percorrida, médias dos intervalos de tempo, velocidade e variação da energia cinética.

d / m	$\overline{\Delta t}$ / s	v / (m s^{-1})	ΔE_c / J
0,200	0,0118	0,508	0,0328
0,300	0,0095	0,632	0,0507
0,400	0,0086	0,698	0,0618
0,500	0,0077	0,779	0,0771
0,600	0,0069	0,870	0,0960
0,700	0,0063	0,952	0,115
0,800	0,0060	1,00	0,127

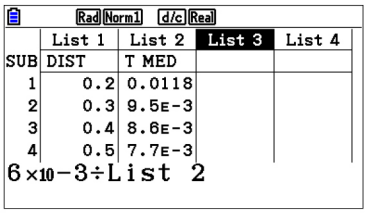
A tabela 3 deve ser construída no menu da estatística da calculadora gráfica. A tabela criada na calculadora permitirá obter o gráfico da variação da energia cinética em função da distância percorrida pelo carrinho na rampa.

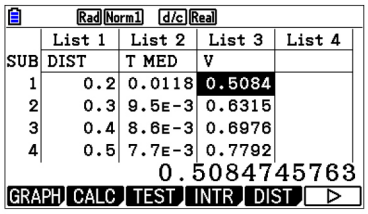
Na lista 1 colocar a distância, *d*, e na lista 2 os valores médios dos intervalos de tempo de interrupção, $\overline{\Delta t}$.



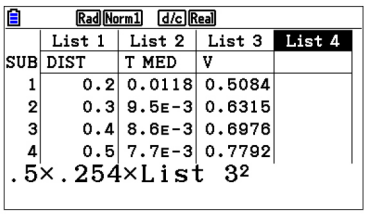


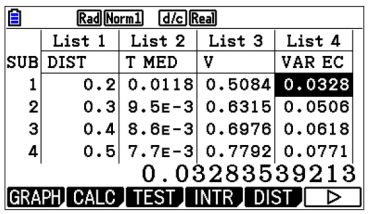
Na lista 3 calcular a velocidade do carrinho no Sistema Internacional (SI). A velocidade determina-se a partir do quociente da largura da tira, *L*, pelo valor médio do intervalo de tempo de interrupção, $\overline{\Delta t}$. Colocar o cursor em cima da lista 3 e escrever $6{,}00 \times 10^{-3} \div List\ 2$ ([6] [•] [0] [0] [×10^x] [−] [3] [÷] [SHIFT] [1] [2]).



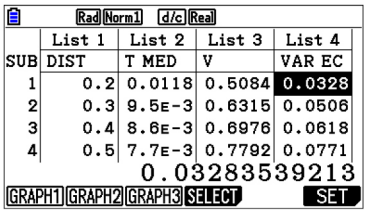


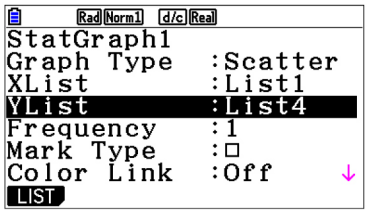
A lista 4 vai conter a variação da energia cinética ($\Delta E_c = \frac{1}{2}mv^2$). Para calcular a variação da energia cinética colocar o cursor em cima da lista 4 e escrever $0{,}5 \times 0{,}254 \times List\ 3^2$ ([0] [•] [5] [×] [0] [•] [2] [5] [4] [×] [SHIFT] [1] [3] [x^2]).

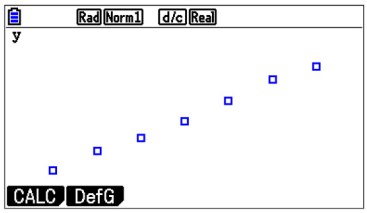


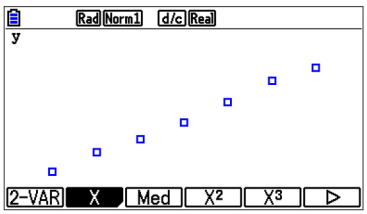


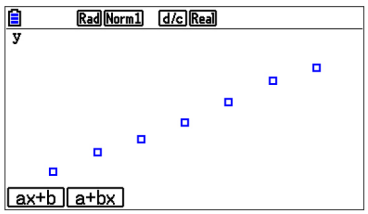
Para obter o gráfico da variação da energia cinética, ΔE_c, em função da distância, *d*, pressionar [F1] (GRAPH) e selecionar as listas em [F6] (SET). Escolher para o eixo dos *xx* a lista 1 (*List 1*) e para o eixo dos *yy* a lista 4 (*List 4*). Depois de configurado, regressar ao ecrã anterior [EXIT] e solicitar o gráfico [F1] (GRAPH1). Para obter a regressão linear premir [F1] (CALC) e selecionar [F2] (X) e [F1] (ax+b). Os parâmetros da regressão linear são exibidos.

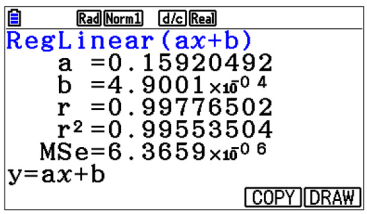












A partir do teorema da energia cinética, equação (1), obtém-se

$$W_{\vec{R}} = \Delta E_c \Leftrightarrow R\ d \cos 0^\circ = \Delta E_c \Leftrightarrow \Delta E_c = R\ d.$$

No gráfico $\Delta E_c = f(d)$, o declive da reta é igual à intensidade da resultante das forças, R.

A equação da reta que se ajusta aos dados experimentais do gráfico da variação da energia cinética, ΔE_c, em função da distância, d, em unidades SI, é $\Delta E_c = 0{,}159\ d + 0{,}00049$. A ordenada na origem resulta de erros experimentais e o valor muito próximo de zero está de

acordo com as previsões. Tendo em conta o modelo da relação entre as grandezas, a intensidade da resultante das forças, R, é igual ao declive da reta (0,159 N).

Nota - Os alunos do 11.º ano que revisitem esta atividade podem aplicar a Segunda Lei de Newton ao carrinho e obter $R = mgsin\theta - F_a$, sendo θ a inclinação do plano inclinado e F_a a intensidade da força de atrito. Assim, o declive da reta de regressão tem de ser ligeiramente inferior a

$$mgsin\theta = 0{,}254 \times 9{,}8 \times sin\ 4° = 0{,}174 \text{ N}$$

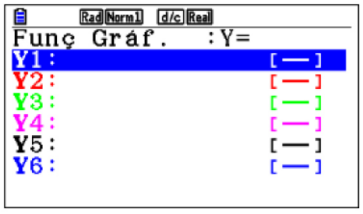
porque a força de atrito não é nula. Neste caso o valor obtido foi 0,159 N.

Para os alunos do 10.º ano, convém fazer a representação simultânea de duas retas relativas a duas inclinações diferentes do plano, mantendo a massa do carrinho ou de duas massas diferentes do carrinho, mantendo o ângulo de inclinação do plano inclinado. Para se fazer essa representação construiu-se a tabela 4 com regressões lineares obtidas para ângulos de inclinação diferentes e carrinhos com massas distintas.

Tabela 4 – Regressão linear do gráfico $\Delta E_c = f(d)$ para duas massas e duas inclinações.

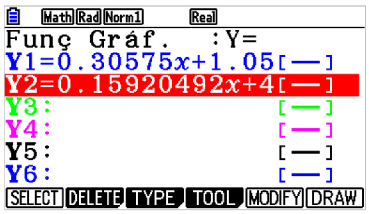
Massa do carrinho / g	Ângulo de inclinação do plano / °	Regressão linear
254	4	RegLinear(ax+b) a =0.15920492 b =4.9001×10^04 r =0.99776502 r² =0.99553504 MSe=6.3659×10^06 y=ax+b COPY DRAW
254	8	RegLinear(ax+b) a =0.29464285 b =8.6428×10^04 r =0.99779298 r² =0.99559083 MSe=2.153×10^05 y=ax+b COPY DRAW
254 + 250 (com carga)	4	RegLinear(ax+b) a =0.30575 b =1.0535×10^03 r =0.99782382 r² =0.99565238 MSe=2.2859×10^05 y=ax+b COPY DRAW

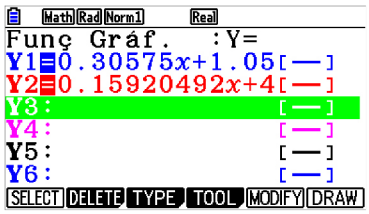
Depois da obtenção dos parâmetros da regressão para cada uma das situações, é possível copiar a expressão para o menu gráfico. A cópia pode ser feita usado a tecla F5 (COPY). O editor de funções fica visível no ecrã. Escolher um **Y** para guardar a expressão e pressionar EXE.

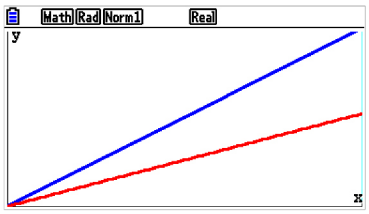


Neste caso, fez-se uma cópia para **Y**1 da regressão linear cujo ângulo de inclinação é 4° e a massa do carrinho com carga é de 254 g + 250 g. Em **Y**2 utilizou-se o mesmo procedimento para o ângulo de inclinação de 4° e massa do carrinho de 254 g (sem carga).

Ao entrar no menu gráfico, as duas funções não estão ativas. Para as ativar, colocar o cursor sobre **Y**1 e pressionar F1 (SELECT). Repetir o processo para **Y**2. A janela de visualização é a mesma que foi gerada automaticamente no menu da estatística quando foi pedida a nuvem de pontos, pelo que não há necessidade de a alterar. Para desenhar as duas funções pressionar F6 (DRAW).







No mesmo ecrã, e para a mesma inclinação, estão representadas duas retas relativas a duas massas diferentes. O procedimento para a representação das retas referentes a duas inclinações distintas, para a mesma massa, é semelhante ao anterior.

8 – Conclusões

O procedimento experimental permite atingir todos os objetivos propostos para a atividade e obter resultados de acordo com as previsões teóricas.
Esta atividade possibilita uma iniciação ao tratamento estatístico de dados e a realização de medições diretas (largura da tira, intervalos de tempo, ângulos de inclinação e massas) e indiretas (velocidade e energia cinética), de várias grandezas físicas.
O desvio percentual na medição do intervalo de tempo, para cada posição, é inferior a 5% pelo que a precisão das medidas desta grandeza é elevada.
A partir dos coeficientes de correlação das equações das retas de regressão, pode-se verificar que independentemente da inclinação do plano inclinado ou da massa do carrinho, a variação da energia cinética do carrinho aumenta quando a distância percorrida aumenta e as grandezas são diretamente proporcionais.
Nesta atividade, algumas causas de erro podem estar associadas às seguintes situações:
- A célula fotoelétrica não estar posicionada perpendicularmente à largura da tira. O posicionamento incorreto da célula implica um aumento dos tempos de corte do feixe (erro sistemático);
- A célula estar ligeiramente desviada das posições (A, B, C, D, E, F e G) (figura 4);
- O carrinho, quando é largado, estar ligeiramente desviado da posição O (figura 4);
- O carrinho ter velocidade inicial;
- A trajetória do carrinho não ser retilínea.

Notas

AL 10F 1.2 – Movimento vertical de queda e ressalto de uma bola: transformações e transferências de energia

1 – Aprendizagens Essenciais

Investigar, experimentalmente, o movimento vertical de queda e de ressalto de uma bola, com base em considerações energéticas, avaliando os resultados, tendo em conta as previsões do modelo teórico, e comunicando as conclusões.

2 – Objetivos (com base nas metas curriculares revogadas pelo Despacho n.º 6605-A/2021)

1 - Identificar transferências e transformações de energia no movimento vertical de queda e de ressalto de uma bola.
2 - Construir e interpretar o gráfico da primeira altura de ressalto em função da altura de queda, traçar a reta que melhor se ajusta aos dados experimentais e obter a sua equação.
3 - Prever, a partir da equação da reta de regressão, a altura do primeiro ressalto para uma altura de queda não medida.
4 - Obter as expressões do módulo da velocidade de chegada ao solo e do módulo da velocidade inicial do primeiro ressalto, em função das respetivas alturas, a partir da conservação da energia mecânica.
5 - Calcular, para uma dada altura de queda, a diminuição da energia mecânica na colisão, exprimindo essa diminuição em percentagem.
6 - Associar uma maior diminuição de energia mecânica numa colisão a menor elasticidade do par de materiais em colisão.
7 - Comparar energias dissipadas na colisão de uma mesma bola com diferentes superfícies, ou de bolas diferentes na mesma superfície, a partir dos declives das retas de regressão de gráficos da altura de ressalto em função da altura de queda.

3 – Material

- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 Sensor de movimento (BT55i)
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Suporte universal
- 1 Noz
- 2 Bolas com diferentes elasticidades (as bolas podem ser semelhantes desde que a pressão seja diferente)
- 1 Balança

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

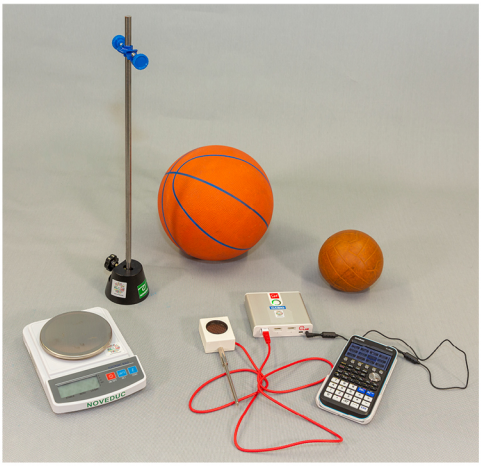


Figura 1 – Material necessário para a atividade.

4 – Montagem do material

Ligar os instrumentos de acordo com as seguintes indicações (figura 2):

- O CLAB deve estar ligado à calculadora através do cabo SB-62;
- O sensor de movimento deve estar ligado ao canal 1 do CLAB.

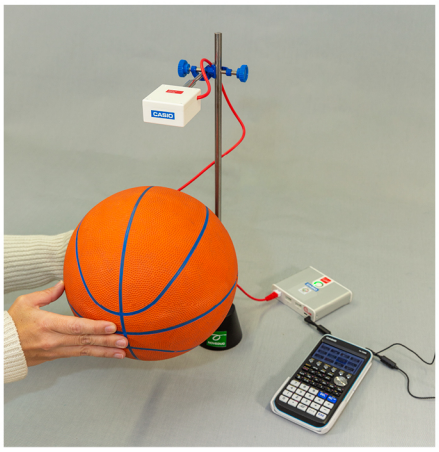


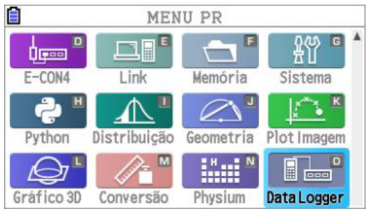
Figura 2 – Montagem do material.

5 – Sugestões e notas gerais

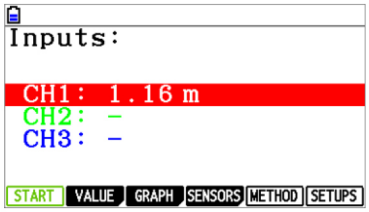
- A bola deve ser largada a pelo menos 15 cm de distância do sensor.
- O sensor emite som enquanto está em funcionamento.
- A incerteza absoluta de leitura do sensor é de 0,001 m.
- Nesta atividade é necessário obter gráficos com um elevado número de pontos. Para o efeito podem utilizar-se frequências entre 20 Hz a 30 Hz.
- As bolas devem ter elasticidade suficiente para realizar vários ressaltos em 5 segundos.
- As bolas devem ter elasticidades diferentes.
- A bola deve ser esférica e o solo horizontal para garantir que após as colisões com o solo a bola mantém, aproximadamente, a mesma trajetória vertical.

6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

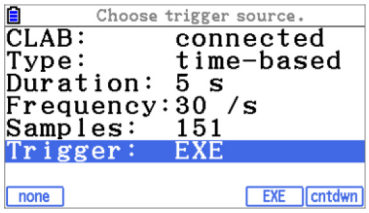
Entrar no menu *Data Logger* da calculadora.

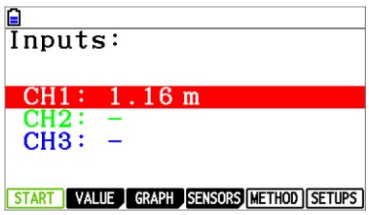


O sensor de movimento deve estar ligado ao canal 1 (CH1) do CLAB. O CLAB deve estar ligado à calculadora pelo cabo SB-62. O ecrã da calculadora mostra o valor que está a ser lido.

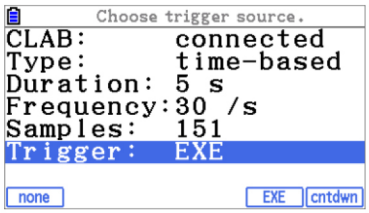


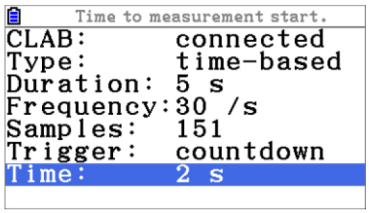
Definem-se as configurações em [F5] (METHOD).
Nesta atividade pretende-se registar a posição em função do tempo, de cada uma das bolas, no movimento vertical de queda e de ressalto. Assim, a opção *Type* deve estar em *time-based* ([F1] (*time*)).
Para alterar a *Duration*, *Frequency* e *Sample*, deve-se colocar o cursor em cima destas opções, pressionar [EXE] e introduzir o valor. Solicitar que a duração da atividade seja de 5 s e que a frequência seja de 30/s. O programa indica, automaticamente, o número de amostras, 151. O *Trigger* pode ter a opção EXE ([F5]) ativa. Depois de executar estas configurações, pressionar [EXIT].

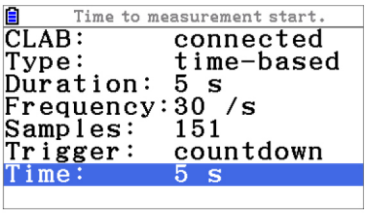




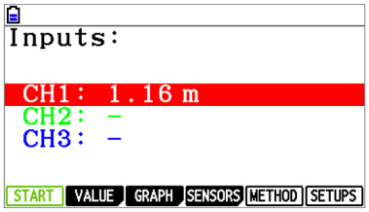
Caso seja necessário atrasar o início da recolha de dados é preciso alterar a configuração do *Trigger*. Para alterar essa configuração, em [F5] (METHOD), mudar o *Trigger* para *countdown* ([F6] (*countdown*)) e modificar o tempo (*Time*). Neste exemplo atrasou-se a recolha de dados 5 s.

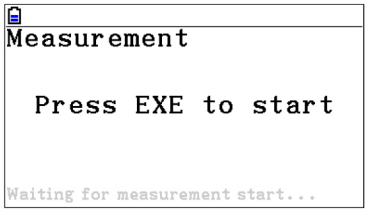




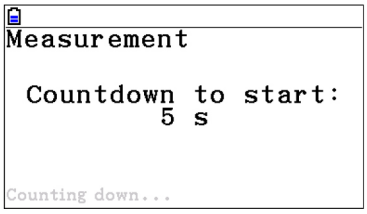


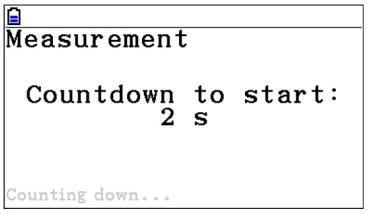
Colocar a bola debaixo do sensor a uma distância superior a 15 cm. Pressionar [F1](START), seguido de [EXE] e largar a bola. Os dados começam a ser recolhidos e a ser exibidos, graficamente, no ecrã da calculadora.



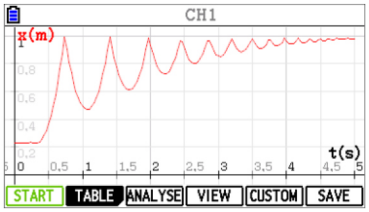


Caso opte por fazer a recolha de dados passado um determinado tempo, aguarde que a contagem decrescente termine, e só quando esta terminar é que o sistema inicia a recolha de dados.

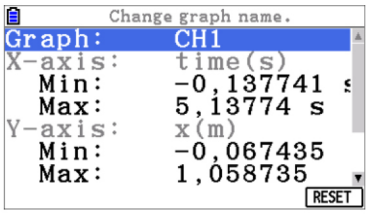


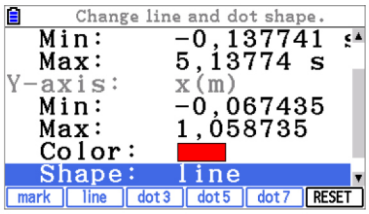


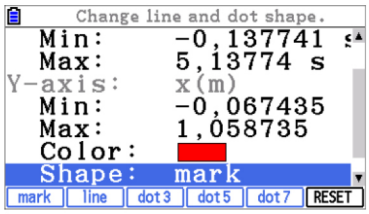
Exemplo de um gráfico obtido com uma bola de basquetebol (bola A).

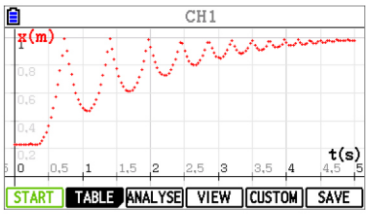


Se pretender um gráfico de pontos, selecionar [F4](VIEW), percorrer a janela, usando as teclas do cursor, e na opção *Shape*, alterar para [F1](*mark*). Regressar ao ecrã anterior [EXIT] para visualizar o gráfico de pontos.









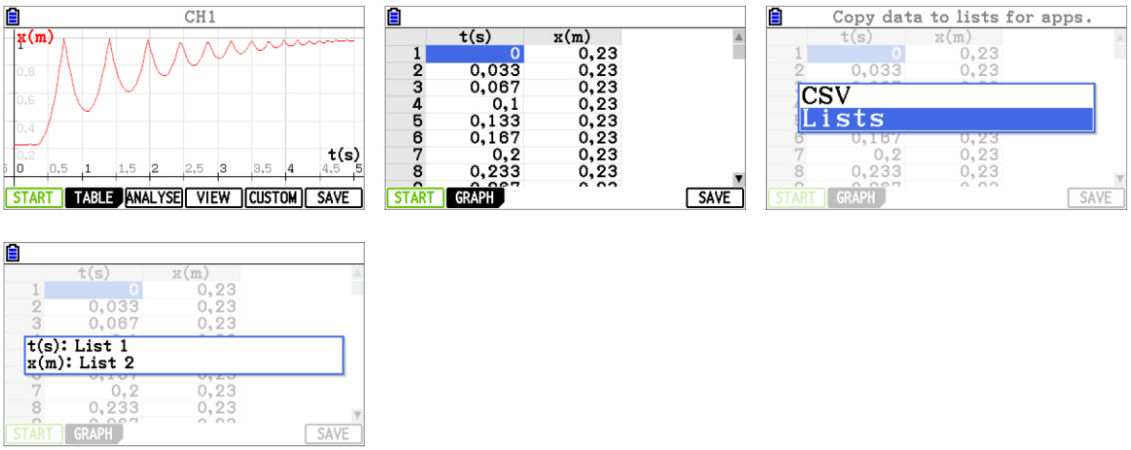
7 - Tratamento dos dados

Foram realizadas aquisições de dados para duas bolas diferentes (bola A e bola B), cujas massas são:

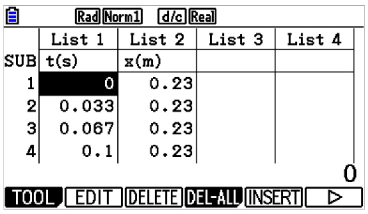
- Massa da bola A, $m_A = (560 \pm 1)$ g;
- Massa da bola B, $m_B = (254 \pm 1)$ g.

Tratamento de dados relativos à bola A

Em [F2](TABLE) pedir para guardar os dados – [F6](SAVE). Os dados são guardados em listas (*Lists*). Neste caso na lista 1 fica memorizado o tempo, em segundos, e na lista 2 a distância da bola do sensor, em metros.

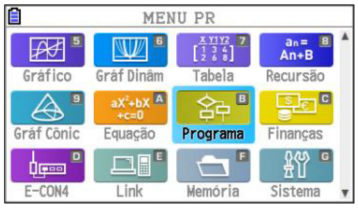


No menu da estatística (menu 2) encontram-se os dados guardados.

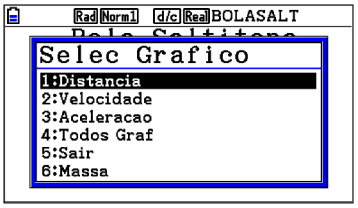


Neste trabalho pretende-se determinar a altura da bola em relação ao solo e não a distância da bola ao sensor. Para se obter a altura da bola em relação ao solo utilizar o **programa "BOLASALT"** (consultar o anexo 1 sobre como obter o programa "BOLASALT").

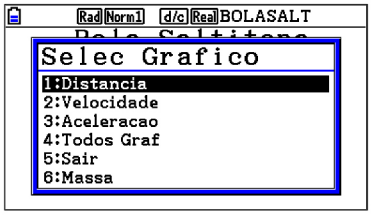
No menu dos programas (menu B) executar o programa "BOLASALT" [F1]. Pode-se escolher a visualização do gráfico da distância ([1]), da velocidade ([2]), da aceleração ([3]) e todos os gráficos ([4]). Para terminar o programa, pressionar [5]. O gráfico da distância (opção [1]) indica a altura da bola em relação ao solo, em função do tempo, e não a distância da bola ao sensor. A opção [6] serve para introduzir o valor da massa da bola. Depois de introduzir a massa da bola, o programa calcula e envia para o menu da estatística os valores das energias cinética e potencial da bola.

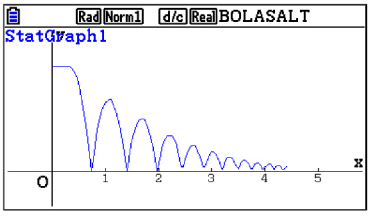


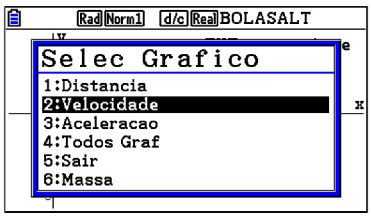


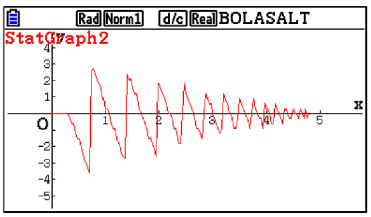


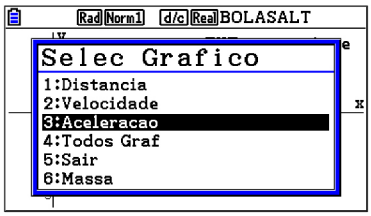
Os gráficos da distância, velocidade e aceleração estão representados nos ecrãs seguintes. Utilizar as teclas do cursor da calculadora e pressionar a tecla [EXE], sempre que quiser escolher e visualizar outro gráfico.

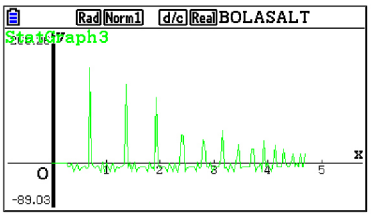




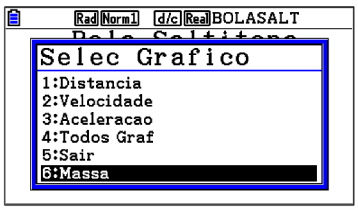


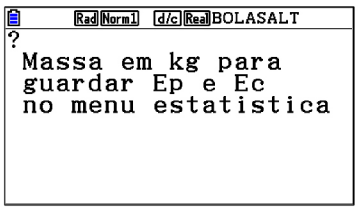


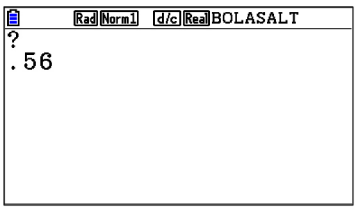


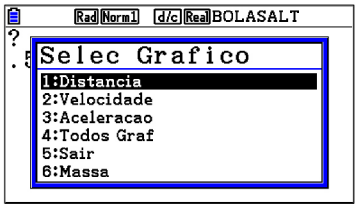


Para poder trabalhar os dados, o programa guarda os dados dos gráficos nas listas 3 (tempo), 4 (altura da bola ao solo), 5 (velocidade) e 6 (aceleração) do menu estatística. Se pretender que o programa guarde nas listas 7 e 8, respetivamente, as energias cinética e potencial, deve introduzir o valor da massa da bola, em quilogramas. Neste caso, o valor introduzido foi 0,56 [EXE]. Premir [EXE] para voltar ao menu anterior.

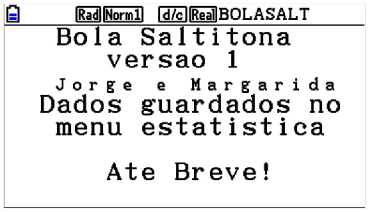


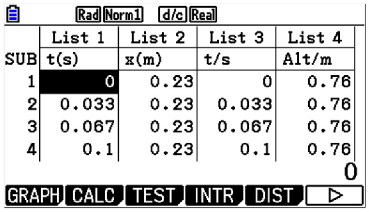


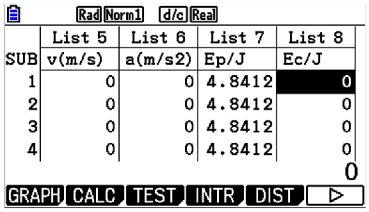




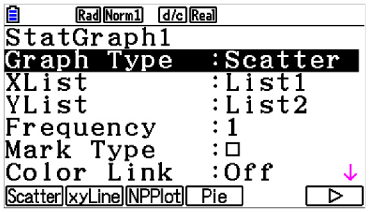
Para poder trabalhar os dados tem de sair do programa [5] e entrar no menu da estatística.
As listas 1 e 2 mostram os dados enviados pelo programa *Data Logger*, o tempo (lista 1) e a posição da bola (lista 2) relativamente ao sensor. Os dados das listas 3 a 8 foram enviados pelo programa "BOLASALT". A lista 3 repete os instantes da lista 1, a lista 4 contém a altura da bola em relação ao solo, a lista 5 apresenta a velocidade da bola, a lista 6 a aceleração da bola, a lista 7 a energia potencial da bola e a lista 8 a energia cinética da bola. Os valores das listas 7 e 8 só são exibidos se o valor da massa for introduzido no programa "BOLASALT".

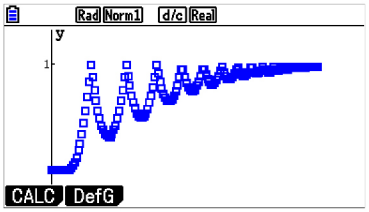




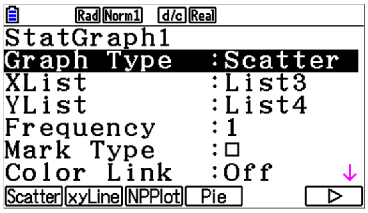


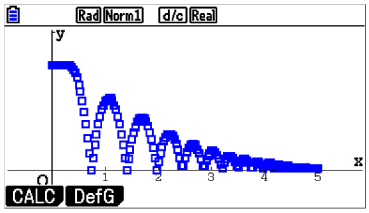
Para desenhar os gráficos de dispersão, selecionar [F1] (GRAPH) e de seguida [F6] (SET). Para uma melhor representação dos gráficos, deve ter uma nuvem de pontos que é representada por *Scatter*. Para efetuar essa alteração, colocar o cursor sobre *Graph Type* e escolher [F1] (*Scatter*).
Se escolher a lista 1 (tempo em segundos) e a lista 2 (distância da bola ao sensor em metros), observa-se o gráfico da distância da bola ao sensor, em função do tempo.



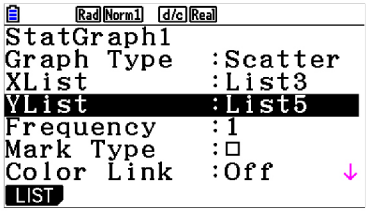


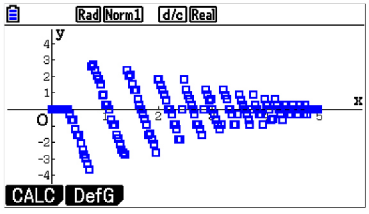
Se escolher a lista 3 e a lista 4 observa-se o gráfico da distância da bola ao solo, em função do tempo.



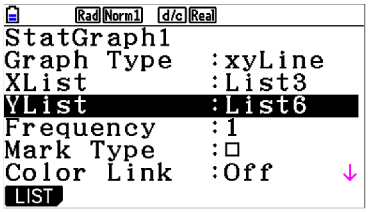


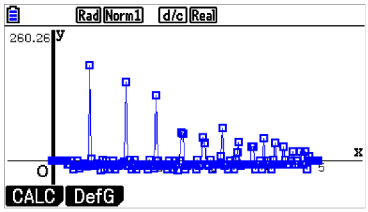
Se escolher a lista 3 e a lista 5 observa-se o gráfico da velocidade da bola, em função do tempo.



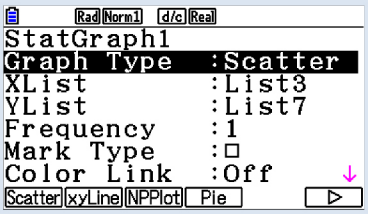


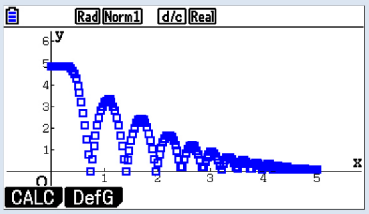
Se escolher a lista 3 e a lista 6 observa-se o gráfico da aceleração da bola, em função do tempo.



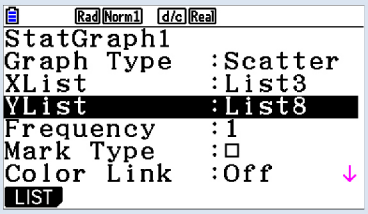


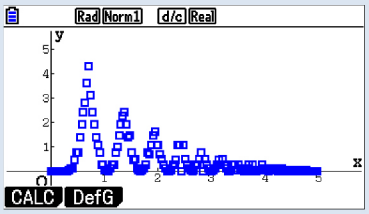
As distâncias da bola ao solo e as velocidades podem ser aproveitadas para a construção dos gráficos das energias potencial, cinética e mecânica em função do tempo, em **atividades complementares** relacionadas com a conservação e a dissipação de energia.
Se escolher a lista 3 e a lista 7 observa-se o gráfico da energia potencial da bola em função do tempo.



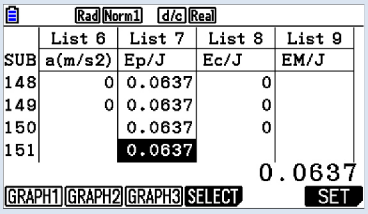


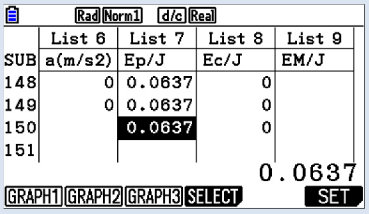
Se escolher a lista 3 e a lista 8 observa-se o gráfico da energia cinética da bola, em função do tempo.

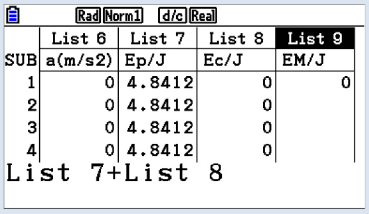


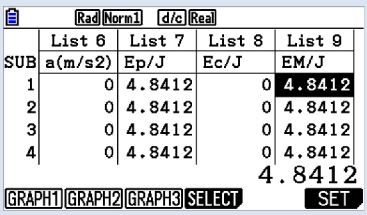


Caso pretenda obter a energia mecânica da bola, a última célula da energia potencial (lista 7) deve ser eliminada. Nas operações com listas, estas devem ter sempre o mesmo número de células. Colocando o cursor na lista 9 (energia mecânica) adicionar as listas 7 e 8.



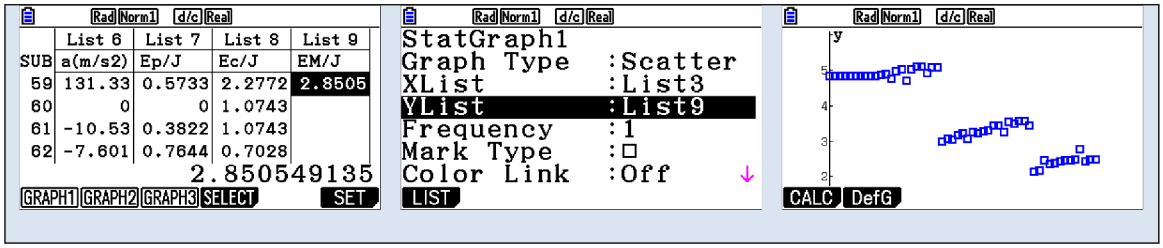




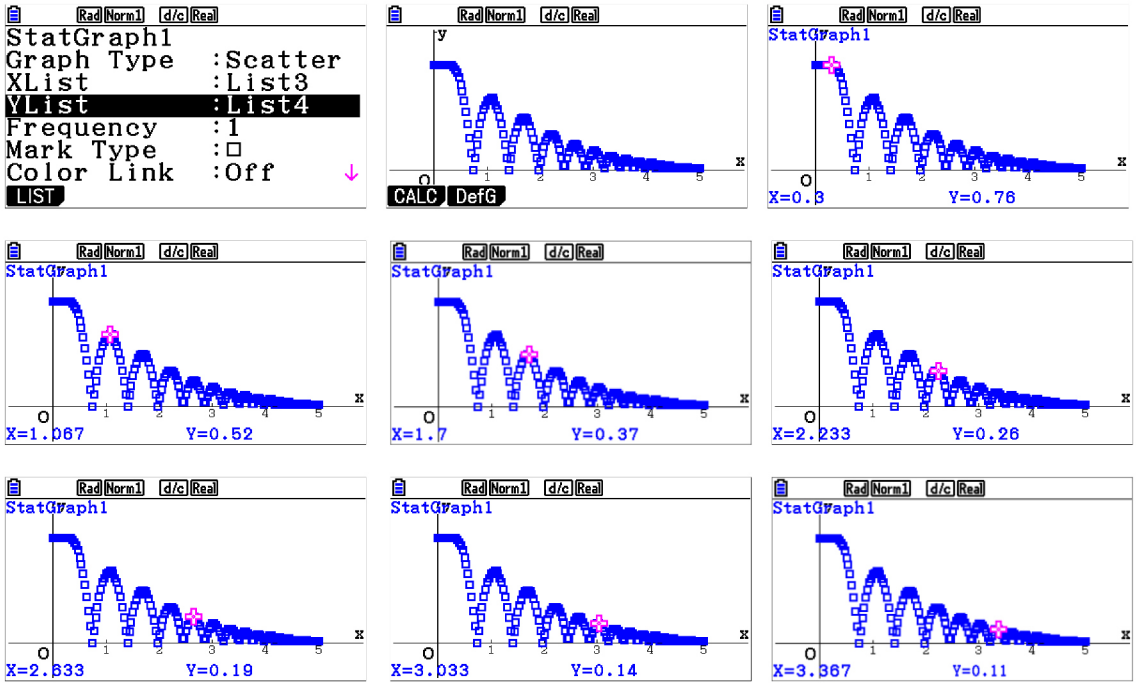


Devido ao número de marcas apresentadas no ecrã é conveniente apresentar apenas dois ressaltos. Neste exemplo, apagaram-se os valores da energia mecânica após 2 s. Ao configurar a lista 3 e a lista 9 observa-se o gráfico da energia mecânica da bola, em função do tempo, até aos 2 segundos. O gráfico da energia mecânica mostra que esta energia se mantém aproximadamente constante entre ressaltos.

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias



Ao usar o TRACE (SHIFT F1) percorrer o gráfico e observar as alturas de queda inicial e as sucessivas alturas máximas de ressalto da bola.

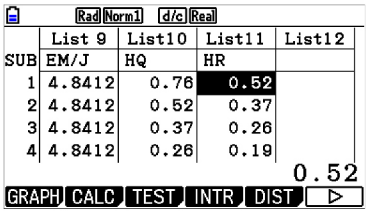


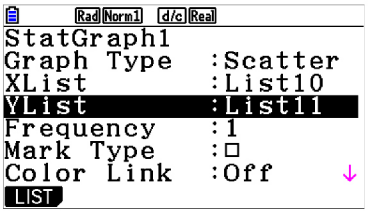
A tabela 1 apresenta as medidas de seis alturas de quedas diferentes e as correspondentes alturas máximas do ressalto.

Tabela 1 – Alturas de queda e as correspondentes alturas máximas de ressalto.

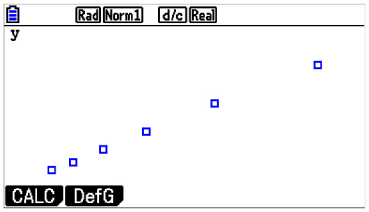
h_{queda} / m	$h_{ressalto}$ / m
0,76	0,52
0,52	0,37
0,37	0,26
0,26	0,19
0,19	0,14
0,14	0,11

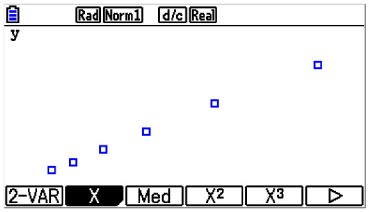
Para obter o gráfico, da altura de ressalto em função da altura de queda, introduzir os valores da tabela 1 nas listas da calculadora. F1 (GRAPH) para desenhar o gráfico, F6 (SET) para definir as listas, neste caso para X*List* escolheu-se a *List 10* (altura de queda) e para Y*List* escolheu-se a *List 11* (altura do ressalto), EXIT e F1 (GRAPH1). O gráfico é exibido.

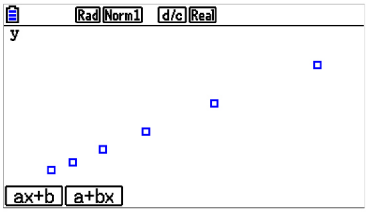




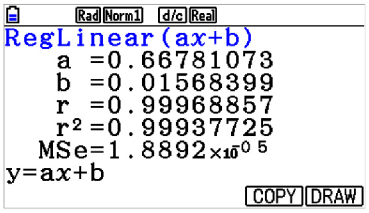
Para obter a regressão linear pressionar F1 (CALC). Escolher F2 (X) e F1 (ax+b).







Os parâmetros da regressão são exibidos.



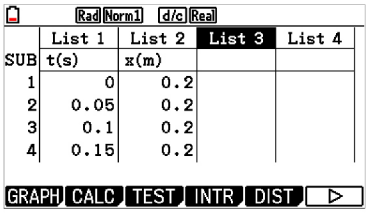
Para a bola A obteve-se a equação $y = 0{,}668x - 0{,}016$, isto é

$$h_{ressalto\ A} = 0{,}668\ h_{queda\ A} - 0{,}016. \qquad (1)$$

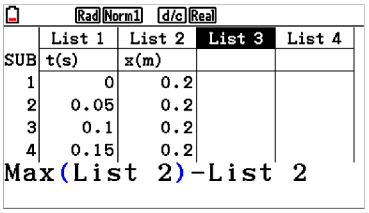
Tratamento de dados relativos à bola B

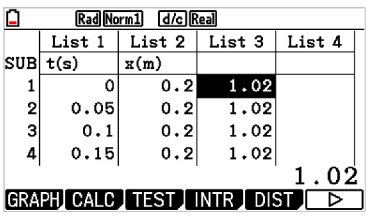
Nesta descrição são utilizados os dados da bola B para obter a relação entre a altura do ressalto e a altura da queda, sem utilizar o programa "BOLASALT".

Colocar o cursor em cima da *List* 3 e escrever a expressão *Max*(*List 2*) – *List 2*. Para introduzir "Max (" deve ir ao catálogo (SHIFT 4). "*List*" deve ser introduzida usando SHIFT 1 . Depois de escrever a expressão obtemos, na lista 3, a distância da bola ao solo.



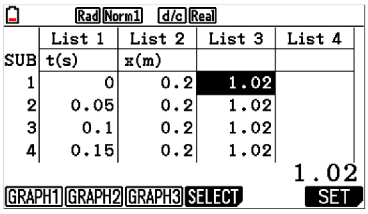


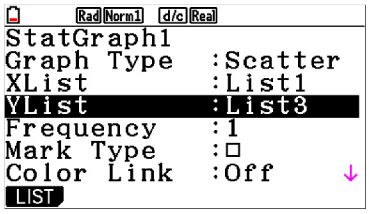


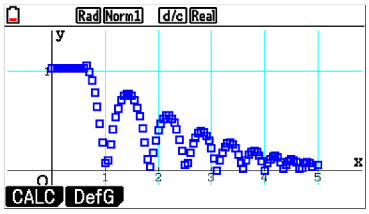


Nota - A descrição da obtenção das listas e gráfico da velocidade, sem utilizar o programa "BOLASALT", encontra-se no apêndice (secção 10, página 38).

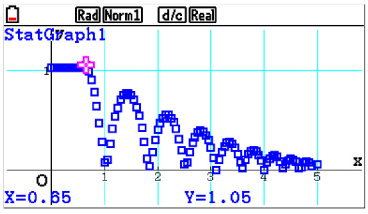
Para obter o gráfico da distância da bola ao solo, em função do tempo, selecionar F1 (GRAPH), e de seguida F6 (SET). Escolher para o eixo dos *xx List 1* e para o eixo dos *yy List 3*.

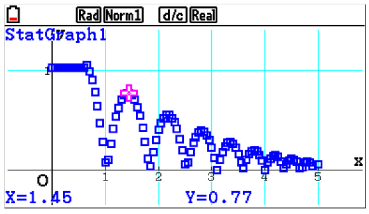


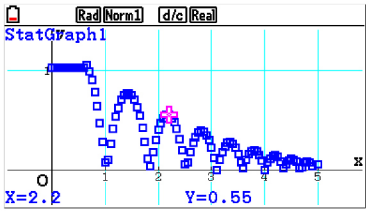


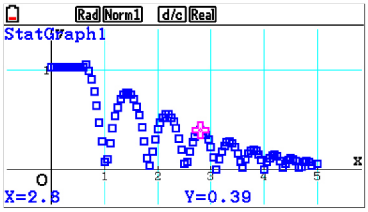


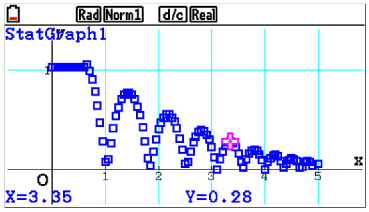
Ao usar o TRACE(SHIFT F1) pode-se percorrer o gráfico e obter para alturas de quedas diferentes as correspondentes alturas máximas do ressalto.

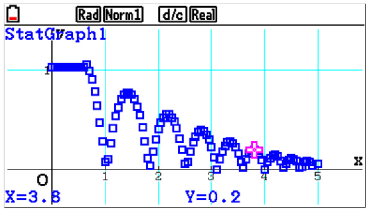


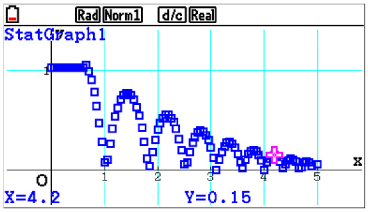


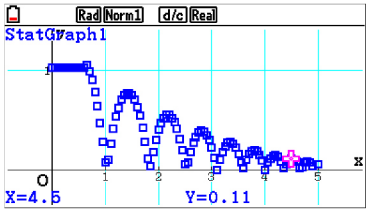


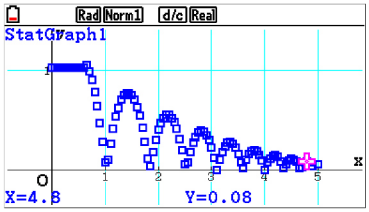










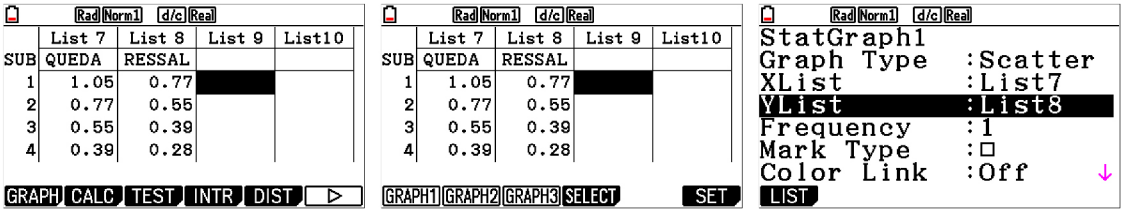


A tabela 2 apresenta oito alturas de queda e as correspondentes alturas máximas de ressalto.

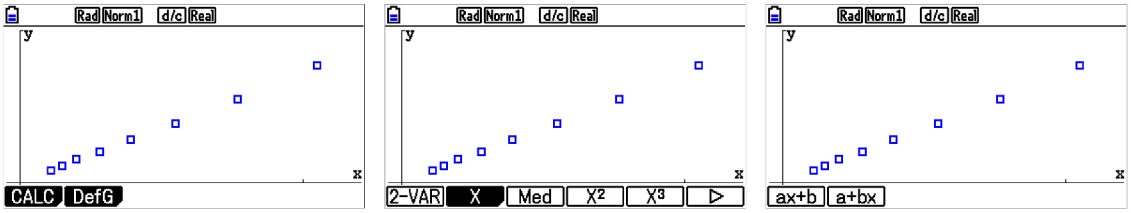
Tabela 2 – Alturas de quedas diferentes e as correspondentes alturas máximas de ressalto.

h_{queda} / m	$h_{ressalto}$ / m
1,05	0,77
0,77	0,55
0,55	0,39
0,39	0,28
0,28	0,20
0,20	0,15
0,15	0,11
0,11	0,08

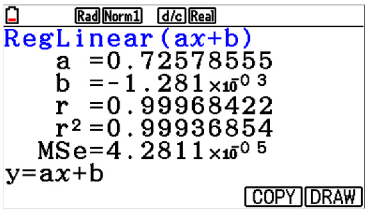
Para obter o gráfico da altura de ressalto em função da altura de queda, introduzir os valores da tabela 2 nas listas da calculadora. F1 (GRAPH) para desenhar o gráfico, F6 (SET) para definir as listas, neste caso para X*List* escolheu-se a *List 7* (altura de queda) e para Y*List* escolheu-se a *List 8* (altura do ressalto), EXIT e F1 (GRAPH1). O gráfico é exibido.



Para calcular a regressão linear F1 (CALC). Escolhemos F2 (X) e F1 (ax+b).



Os parâmetros da regressão são exibidos.



Para a bola B a equação obtida foi

$$h_{ressalto\,B} = 0{,}726\, h_{queda\,B} - 0{,}001. \qquad (2)$$

A partir das equações (1) e (2) pode-se prever a altura do primeiro ressalto para uma altura de queda não determinada experimentalmente. Por exemplo, para uma altura de queda de 1,200 m a altura de ressalto da bola B é

$$h_{ressalto\,B} = 0{,}726 \times 1{,}200 - 0{,}001 = 0{,}870 \text{ m}.$$

De seguida dá-se cumprimento aos objetivos 4 e 5 desta atividade.

Obtenção das expressões do módulo da velocidade de chegada ao solo e do módulo da velocidade inicial do primeiro ressalto, em função das respetivas alturas, a partir da conservação da energia mecânica:

$$E_{\mathrm{m,i}} = E_{\mathrm{m,f}} \Leftrightarrow E_{\mathrm{c,i}} + E_{\mathrm{p,i}} = E_{\mathrm{c,f}} + E_{\mathrm{p,f}} \Rightarrow 0 + m\, g\, h_{\mathrm{queda}} = \frac{1}{2} m\, v^2_{\mathrm{f\,queda}} + 0$$
$$\Leftrightarrow 2\, g\, h_{\mathrm{queda}} = v^2_{\mathrm{f\,queda}}$$
$$\Rightarrow v_{\mathrm{f\,queda}} = \sqrt{2g\, h_{\mathrm{queda}}}$$

$$E_{m,i} = E_{m,f} \Leftrightarrow E_{c,i} + E_{p,i} = E_{c,f} + E_{p,f} \Rightarrow \frac{1}{2} m\, v^2_{i\,ressalto} + 0 = 0 + m\, g h_{ressalto}$$
$$\Leftrightarrow v^2_{i\,ressalto} = 2\, g\, h_{ressalto}$$
$$\Rightarrow v_{i\ ressalto} = \sqrt{2\, g\, h_{ressalto}}$$

Para uma dada altura de queda da bola A, a energia cinética do ressalto, relativamente à energia cinética com que chega ao solo, em percentagem, é

$$\frac{\frac{1}{2} m\, v^2_{i\,ressalto}}{\frac{1}{2} m\, v^2_{f\,queda}} \times 100 = \frac{v^2_{i\,ressalto}}{v^2_{f\,queda}} \times 100 = \frac{\left(\sqrt{2\, g\, h_{ressalto\ A}}\right)^2}{\left(\sqrt{2\, g\, h_{queda\ A}}\right)^2} \times 100 =$$
$$= \frac{2\, g\, h_{ressalto\ A}}{2\, g\, h_{queda\ A}} \times 100 = \frac{h_{ressalto\ A}}{h_{queda\ A}} \times 100 = 0{,}668 \times 100 = 66{,}8\%$$

Para uma dada altura de queda, a diminuição da energia mecânica da bola A na colisão (energia dissipada), em percentagem, pode ser obtida através de

$$\left|\frac{\Delta E_m}{E_{m,i}}\right| \times 100 = \left|\frac{E_{m,f} - E_{m,i}}{E_{m,i}}\right| \times 100 = \left|\frac{m\, g\, h_{ressalto\ A} - m\, g\, h_{queda\ A}}{m\, g\, h_{queda\ A}}\right| \times 100 =$$
$$= \left|\frac{m\, g\, 0{,}668\, h_{queda\ A} - m\, g\, h_{queda\ A}}{m\, g\, h_{queda\ A}}\right| \times 100 = \left|\frac{-0{,}332\, m\, g\, h_{queda\ A}}{m\, g\, h_{queda\ A}}\right| \times 100 = 33{,}2\%.$$

Para a bola B, a diminuição da energia mecânica na colisão (energia dissipada), em percentagem, é

$$\left|\frac{\Delta E_m}{E_{m,i}}\right| \times 100 = \left|\frac{m\, g \times 0{,}726\, h_{quedaB} - m\, g\, h_{quedaB}}{m\, g\, h_{quedaB}}\right| \times 100 = 27{,}4\%.$$

8 – Conclusões

As equações obtidas para ambas as bolas aproximam-se do previsto no modelo teórico (a altura de ressalto é diretamente proporcional à altura de queda). Sendo o coeficiente de correlação próximo de 1, verifica-se que existe boa correlação entre as grandezas. A ordenada na origem, próxima de zero, deve-se a erros aleatórios.

Os declives das retas de regressão dos gráficos da altura da queda em função da altura de ressalto são menores para os casos de maior energia dissipada. Neste estudo, a bola A é a que tem menor elasticidade e, consequentemente, a que dissipa mais energia na mesma superfície.

As principais causas de erro desta atividade estão associadas às seguintes dificuldades:

- Assegurar que a bola é largada sem velocidade inicial;
- Garantir que após as colisões com o solo a bola mantém, aproximadamente, a mesma trajetória vertical.

9 – Outra possível situação a explorar

Atividade complementar para o 11.º ano

Nesta situação utiliza-se o sensor de som para obter os intervalos de tempo entre colisões sucessivas da bola com o solo (figura 3). A partir desses intervalos de tempo (e da relação que têm com as alturas de queda e ressalto da bola), traça-se a reta que melhor se ajusta aos dados experimentais para relacionar a altura de ressalto em função da altura de queda da bola.

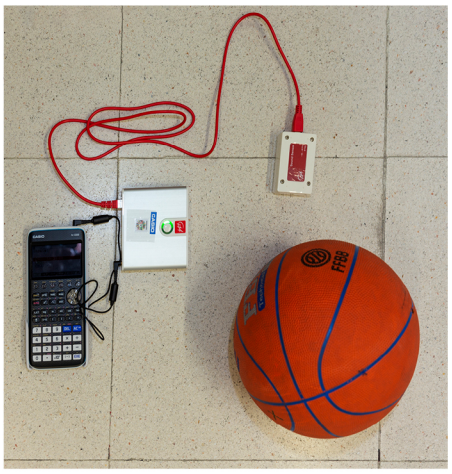


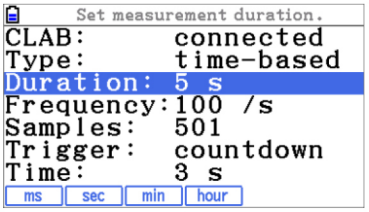
Figura 3 – Montagem do material para obter os intervalos de tempo entre colisões sucessivas da bola com o solo.

Material

- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Cabo BT – IEEE1394 (cabo que liga o sensor BT ao CLAB)
- 1 Sensor de som BT80i
- 1 Bola

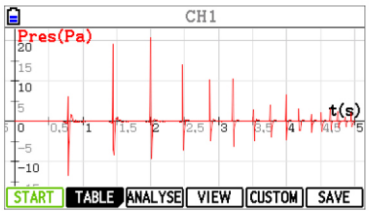
Nesta atividade utilizam-se as equações do movimento uniformemente variado, pelo que deve ser realizada como atividade complementar no 11.º ano.

Ligar o sensor de som ao canal 1 do *Data Logger*. As configurações da atividade devem ser as indicadas no ecrã abaixo.

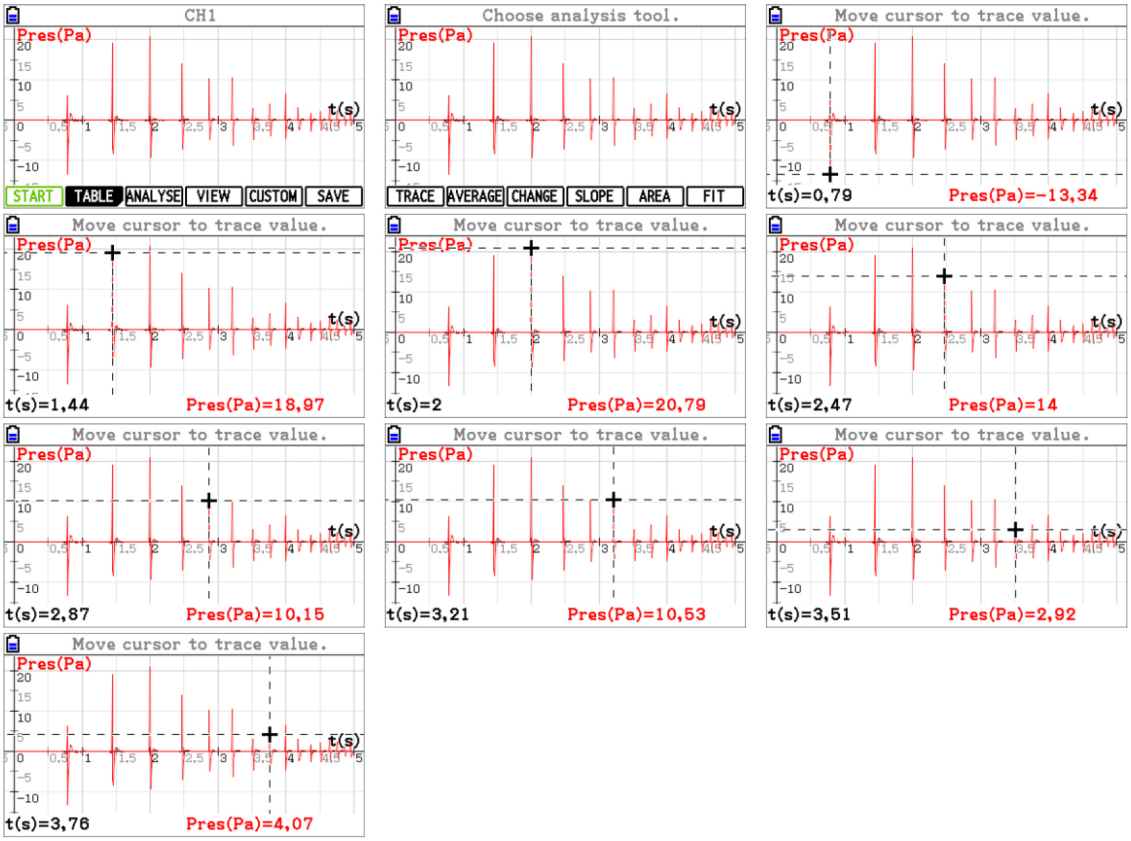


Colocar o sensor no solo, deixar cair uma bola próximo do sensor e iniciar a recolha de dados.

Exemplo de um gráfico obtido com uma bola de basquetebol.



Escolher a opção F3 (ANALYSE), utilizar F1 (TRACE), percorrer o gráfico usando as setas do cursor, ▶ ◀, para obter os instantes dos máximos (ou mínimos) de cada um dos picos (instantes da colisão da bola com o solo).



A tabela 3 apresenta os valores dos intervalos de tempo, Δt, entre colisões sucessivas da bola com o solo.

Tabela 3 – Intervalos de tempo entre colisões sucessivas da bola com o solo.

$\Delta t/s$	$\Delta t/s$
1,44-0,79	0,65
2,00-1,44	0,56
2,47-2,00	0,47
2,87-2,47	0,40
3,21-2,87	0,34
3,51-3,21	0,30
3,76-3,51	0,25

Desprezando a resistência do ar, o tempo de subida (ressalto) e o tempo de queda entre colisões consecutivas, da bola com o solo, são iguais. Os tempos de ressalto/queda são iguais a metade dos valores indicados na tabela.

A partir da lei do movimento e considerando o referencial no solo com o sentido ascendente, as grandezas altura de queda da bola, h_{queda}, e tempo que a bola demora a deslocar-se da altura de queda ao solo, t_{queda}, podem ser relacionadas através de

$$y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Leftrightarrow 0 = h_{queda} + 0 - 4{,}9t_{queda}^2 \Leftrightarrow h_{queda} = 4{,}9t_{queda}^2 .$$

Do mesmo modo, considerando o referencial no solo com o sentido ascendente, as grandezas altura de ressalto da bola (altura máxima), $h_{ressalto}$, e tempo que a bola demora a deslocar-se do solo à altura de ressalto, $t_{ressalto}$, podem ser relacionadas através de

$$\begin{cases} y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ v = v_0 + at \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h_{ressalto} = 0 - at_{ressalto}^2 + \frac{1}{2}at_{ressalto}^2 \\ v_0 = -at_{ressalto} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} h_{ressalto} = -\frac{1}{2}at_{ressalto}^2 \\ v_0 = -at_{ressalto} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h_{ressalto} = 4{,}9\ t_{ressalto}^2 \\ \underline{\qquad\qquad} \end{cases}$$

Sabendo que nesta atividade, $h_{ressalto} = constante \times h_{queda}$, em que a *constante* pode ter como significados físicos o quadrado do coeficiente de restituição ou a percentagem da energia mecânica após o ressalto, relativamente à energia mecânica que a bola tinha quando chegou ao solo (se multiplicada por 100), então

$$4{,}9\ t_{ressalto}^2 = constante \times 4{,}9\ t_{queda}^2 \Leftrightarrow t_{ressalto}^2 = constante \times t_{queda}^2 .$$

Assim, o estudo desta atividade pode ser realizado substituindo as alturas pelos tempos elevados ao quadrado.

A figura 4 mostra, esquematicamente, o tempo entre os dois primeiros ressaltos (Δt); o tempo de queda (*tq*) que é metade do valor anterior e o tempo do ressalto (*tr*) que é igual ao tempo de queda seguinte.

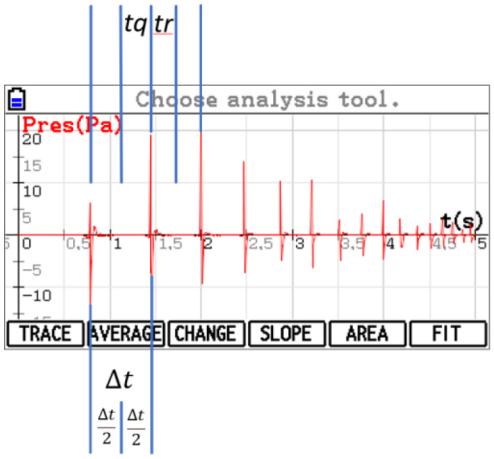


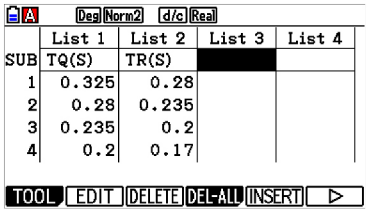
Figura 4 – Representação esquemática do tempo entre as duas primeiras colisões da bola com o solo, do tempo de queda e do tempo de ressalto.

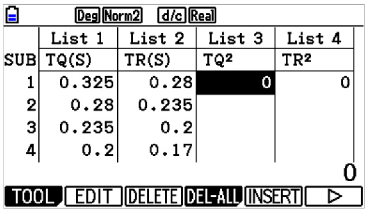
A tabela 4 mostra o tempo entre ressaltos sucessivos (Δt), o tempo de cada queda (tq) e o tempo do ressalto (tr) que é igual ao tempo de queda seguinte.

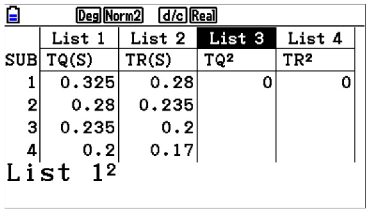
Tabela 4 – Intervalos de tempo entre ressaltos, tempos de queda e tempos de ressalto.

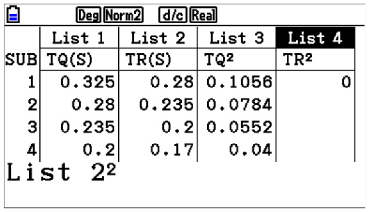
Δt/s	tq/s	tr/s
0,65	0,325	0,280
0,56	0,280	0,235
0,47	0,235	0,200
0,40	0,200	0,170
0,34	0,170	0,150
0,30	0,150	0,125
0,25	-----	-----

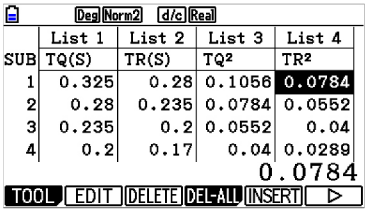
Copiar os valores dos tempos de queda e ressalto da tabela 4 para as listas 1 e 2. A lista 3 vai conter os valores dos tempos de queda ao quadrado. Colocar o cursor sobre a lista 3 e escrever *List* 1^2 (SHIFT 1 1 x^2 EXE). A lista 4 vai conter os valores dos tempos de ressalto ao quadrado. Colocar o cursor sobre a lista 4 e escrever *List* 2^2 (SHIFT 1 2 x^2 EXE).



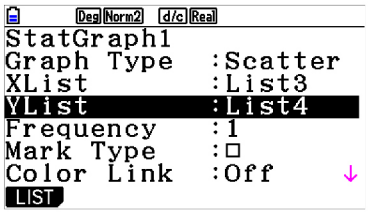


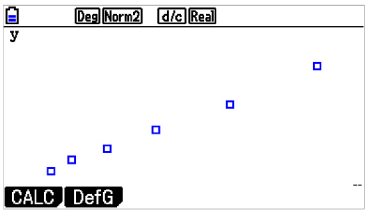




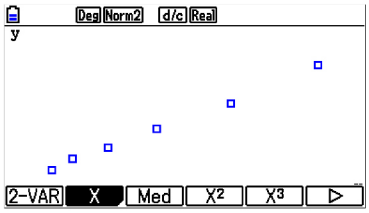


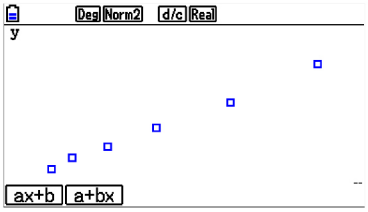
Desenhar o gráfico dos tempos de ressalto ao quadrado (lista 4) em função dos tempos de queda ao quadrado (lista 3). Para desenhar o gráfico pressionar F1 (GRAPH). Configurar as listas em F6 (SET). EXIT e F1 (GRAPH1). O gráfico é exibido.

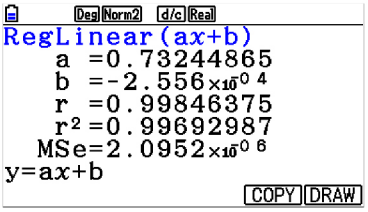




Para calcular a regressão linear pressionar F1 (CALC). Escolher F2 (X) e F1 (ax+b). Os parâmetros são exibidos.







Obteve-se o gráfico de dispersão (pontos) de $tr^2 = f(tq^2)$ que é equivalente ao gráfico de dispersão de $h_{ressalto} = f(h_{queda})$.

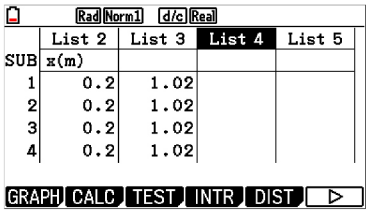
Para a bola obteve-se a equação $y = 0{,}7324x - 0{,}0003$ ou $tr^2 = 0{,}7324tq^2 - 0{,}0003$ que é equivalente a

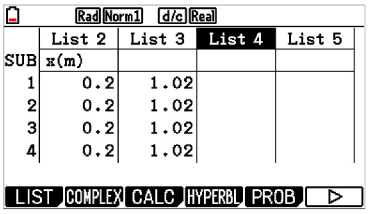
$$h_{ressalto} = 0{,}7324h_{queda} - 0{,}0003.$$

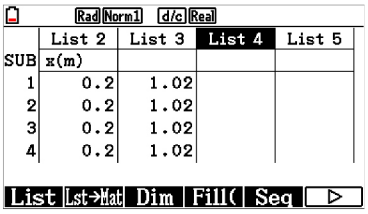
10 – Apêndice

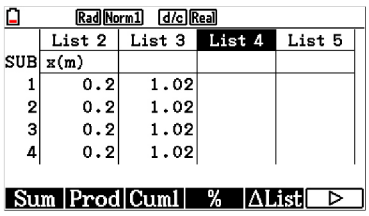
Obtenção das listas e gráfico da velocidade sem utilizar o programa "BOLASALT".

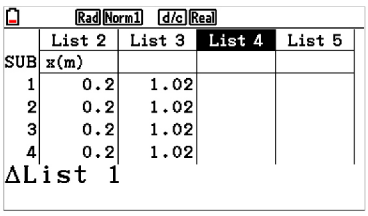
A lista 4 contém o intervalo de tempo entre medidas sucessivas e a lista 5 a variação de posição, em relação ao solo, entre instantes sucessivos.
Para obter os intervalos de tempo colocar o cursor em cima da lista 4, pressionar [OPTN], [F1], rodar a barra de ferramentas até encontrar em [F6] ($\Delta List$). Escrever $\Delta List$ 1 e [EXE].

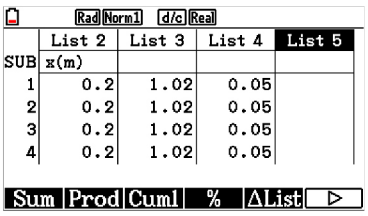




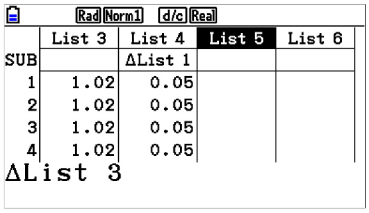


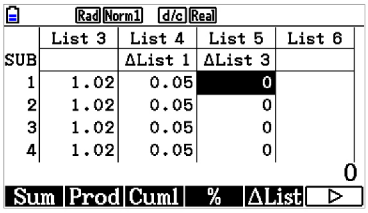




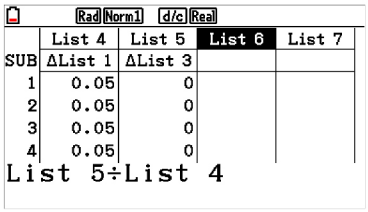


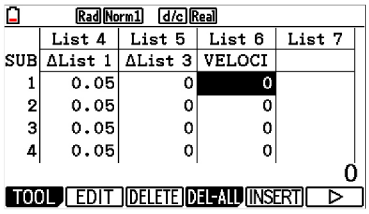
A lista 5 contém a variação de posição, em relação ao solo, entre instantes sucessivos. O processo é idêntico ao anteriormente descrito. Escrever $\Delta List$ 3 e [EXE].



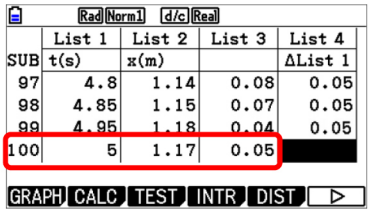


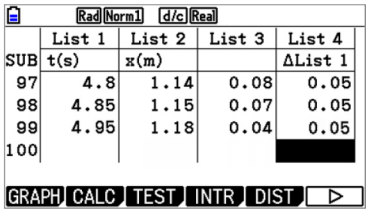
A lista 6 contém a velocidade que é calculada através do quociente entre a lista 5 e a lista 4 (*List 5 / List 4*).



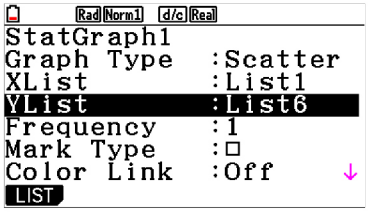


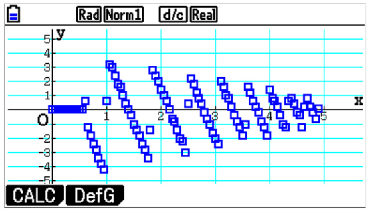
A lista 6 possui menos um valor, pelo que tem de se eliminar um valor nas listas 1, 2 e 3.





Configurar e desenhar o gráfico da velocidade em função do tempo. O processo de desenho e configuração de gráficos estatisticos já foram referidos anteriormente.





Notas

AL 10F 2.1 – Características de uma pilha

1 – Aprendizagens Essenciais

Montar circuitos elétricos, associando componentes elétricos em série e em paralelo, e, a partir de medições, caracterizá-los quanto à corrente elétrica que os percorre e à diferença de potencial elétrico nos seus terminais.

Determinar as características de uma pilha numa atividade experimental, avaliando os procedimentos e comunicando os resultados.

2 – Objetivos (com base nas metas curriculares revogadas pelo Despacho n.º 6605-A/2021)

1 - Medir diretamente uma força eletromotriz e justificar o procedimento.
2 - Montar um circuito elétrico e efetuar medições de diferença de potencial elétrico e de corrente elétrica.
3 - Construir e interpretar o gráfico da diferença de potencial elétrico nos terminais de uma pilha em função da corrente elétrica (curva caraterística), traçar a reta que melhor se ajusta aos dados experimentais e obter a sua equação.
4 - Determinar a força eletromotriz e a resistência interna de um gerador a partir da equação da reta de ajuste.
5 - Comparar a força eletromotriz e a resistência interna de uma pilha nova e de uma pilha velha.

3 – Material

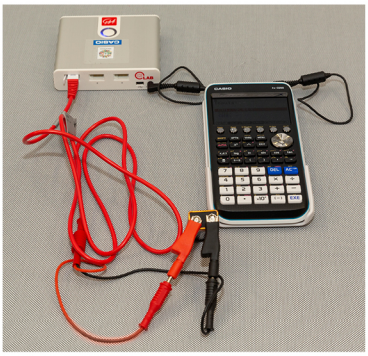
- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Cabo BT – IEEE1394 (cabo que liga o sensor de corrente ao CLAB)
- 1 Sensor de voltagem (BT02, incluído no CLAB)
- 1 Sensor de corrente de 500 mA (BT22i) (ou amperímetro digital)
- 1 Pilha nova de 9 V
- 1 Pilha usada de 9 V
- 1 Reóstato (ou potenciómetro de 0-330 Ω) ou caixa de resistências
- 1 Interruptor (preferencialmente de pressão)
- Fios de ligação
- Crocodilos

4 – Montagem do material

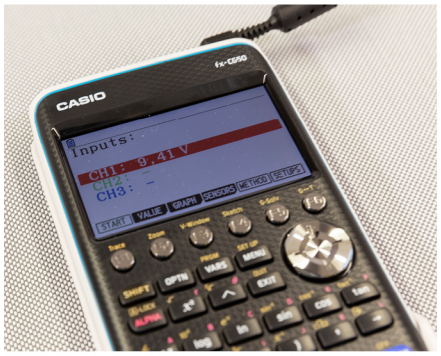
Ligar os instrumentos de acordo com as seguintes indicações (figuras 1 e 2):

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

- O CLAB liga à calculadora através do cabo SB-62;
- O cabo do sensor de voltagem liga ao canal 1 do CLAB;
- O cabo BT – IEEE1394 liga ao sensor de corrente e ao canal 2 do CLAB.



(A)



(B)

Figura 1 – (A) Material e montagem para medir a força eletromotriz da pilha, (B) Valor da força eletromotriz da pilha apresentado no ecrã da calculadora.

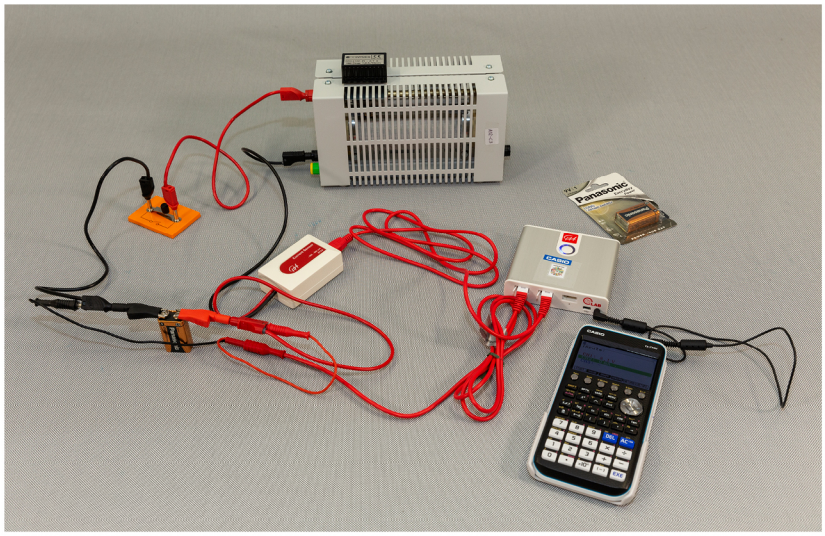


Figura 2 – Material e montagem para a determinação das características de uma pilha.

5 – Sugestões e notas gerais

- A diferença de potencial (U) nos terminais de um gerador é dada pela equação

$$U = \varepsilon - r_i \times I, \qquad (1)$$

onde ε, é a força eletromotriz do gerador, r_i, a sua resistência interna e I, a corrente que o atravessa.

- Neste trabalho a utilização de resistências baixas pode originar correntes elevadas. Correntes elevadas levam ao aquecimento e descarga da pilha e ao afastamento da relação linear entre a diferença de potencial e a corrente elétrica. Assim, o circuito só deve estar fechado durante a recolha dos dados.

- Para não descarregar a pilha sugere-se que a recolha de dados se inicie com valores de resistências elevadas, diminuindo o seu valor ao longo da recolha dos mesmos.

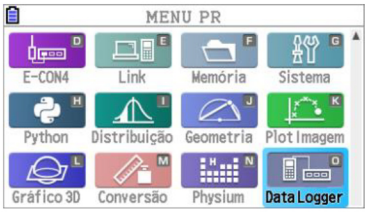
José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

- Para agilizar o processo de abrir e fechar o circuito pode utilizar-se um interruptor de pressão.
- **Para não danificar o sensor de corrente utilizar valores de resistências superiores a 20 Ω.**
- O sensor de corrente pode ser substituído por um amperímetro. Neste caso, o procedimento para a recolha de dados com a calculadora está descrito na secção 9, página 48 (substituir o sensor de corrente por um amperímetro).

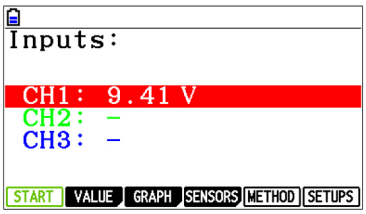
6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

Medição direta da força eletromotriz da pilha

Entrar no menu *Data Logger* da calculadora.



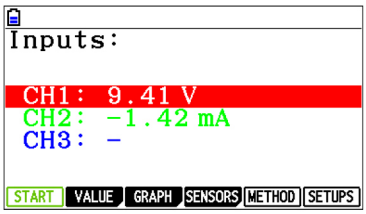
Ligar a calculadora ao CLAB usando o cabo SB-62.
Inserir o cabo do sensor de voltagem no canal 1 e ligar o CLAB. A calculadora deteta o sensor.
Ligar os terminais do sensor de voltagem diretamente à pilha nova de 9 V (figura 1A).
Ao ligar as extremidades do sensor à pilha visualiza-se o valor da força eletromotriz da pilha ($\varepsilon = 9{,}41$ V) (figura 1B).



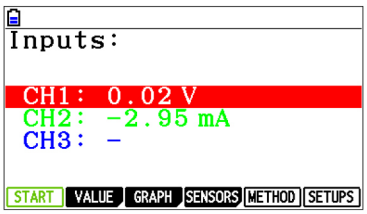
Este valor será mais tarde comparado com o valor que se obtém a partir da equação da reta de ajuste.

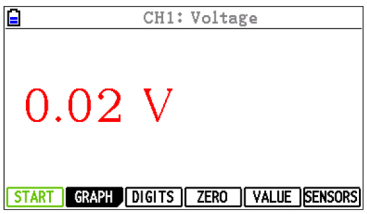
Determinação da força eletromotriz e da resistência interna da pilha a partir da equação da reta de ajuste

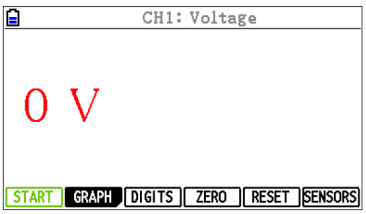
Antes de ligar o sensor de corrente marcar, com o auxílio de um multímetro, a posição do cursor onde a resistência do reóstato é cerca de 20 Ω. Para não danificar o sensor de corrente utilizar valores de resistências superiores a 20 Ω.
Ligar o sensor de corrente ao canal 2.

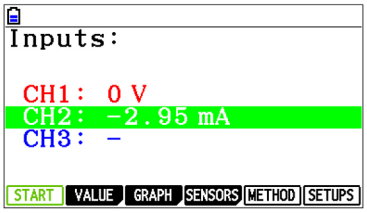


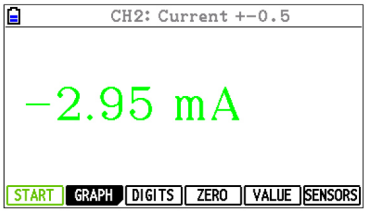
Como o sensor de corrente tem elevada sensibilidade pode haver a necessidade de o ajustar para "zero" (calibrar). No sensor de voltagem, normalmente, não é necessário. Se pretender efetuar esta calibração, deve ter o cursor sobre o canal que detecta o sensor a calibrar e pressionar F2 (VALUE). Escolher F4 (ZERO). Regressar ao ecrã anterior EXIT e caso se justifique, repetir o processo para o outro canal/sensor.

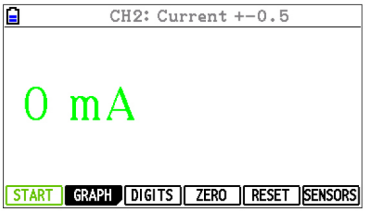


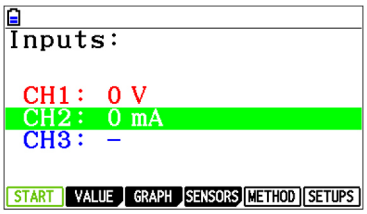




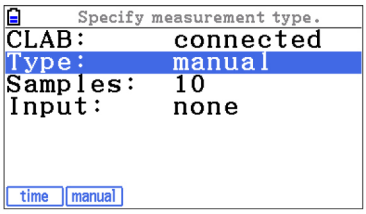








Em F5 (METHOD) configurar a atividade. A opção *Type* deve estar em manual F2 e as amostras podem ser 10 (*Samples*: 10).



Pressionar EXIT para voltar ao ecrã anterior.
Montar o circuito elétrico de acordo com as figuras 2 e 3 para a pilha nova.

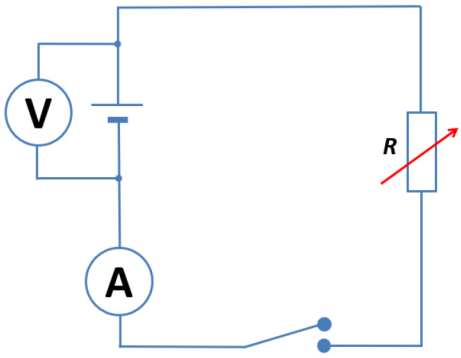
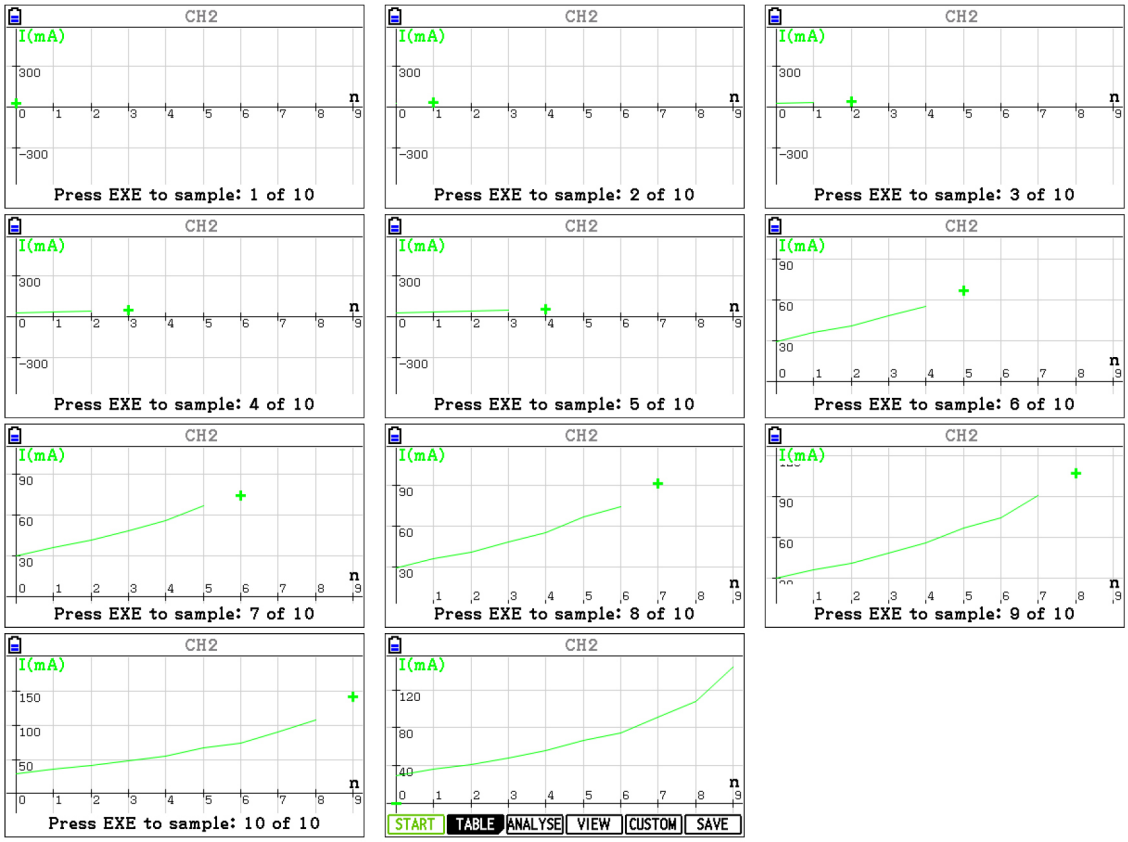


Figura 3 – Esquema de montagem para a determinação das características de uma pilha.

Colocar o cursor do reóstato na posição da resistência mais elevada.
Para iniciar a recolha de dados pressionar [F1] (START). Para registar a primeira amostra fechar o interruptor e pressionar [EXE]. Abrir o interruptor para a pilha não descarregar.
Fazer o seguinte procedimento para obter as restantes amostras: deslocar o cursor do reóstato para uma resistência mais baixa; fechar o interruptor; pressionar [EXE]; abrir novamente o interruptor.
Quando se faz a recolha de dados só se visualiza o gráfico da diferença de potencial ou da corrente elétrica. No caso de querer visualizar a gráfico do outro canal utilizar as setas do cursor ([▲] [▼]) para cima e para baixo.

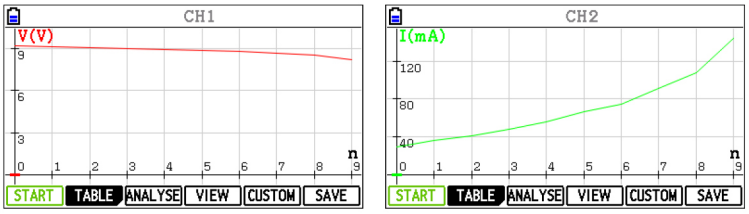


Para a pilha usada utilizar o mesmo procedimento.

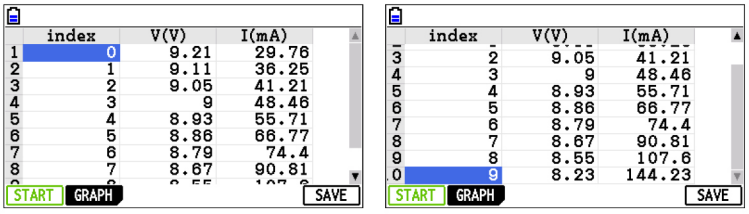
7 - Tratamento dos dados

As incertezas de leitura dos sensores de voltagem e de corrente são 0,01 V e 0,01 mA, respetivamente.

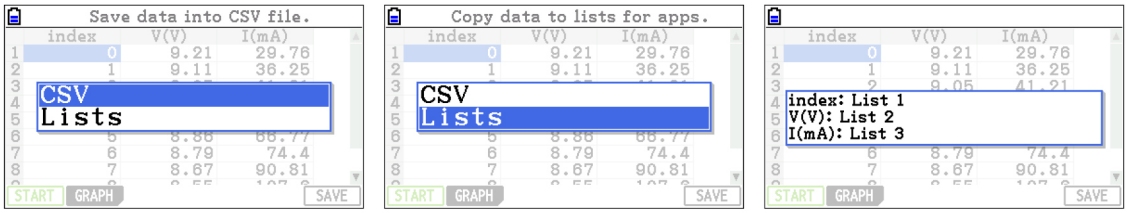
Podem-se utilizar as setas do cursor para cima e para baixo (▲ ▼) para visualizar o gráfico da diferença de potencial ou da corrente elétrica.



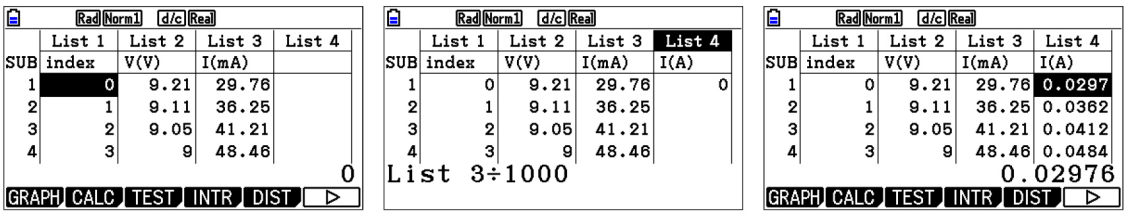
Para visualizar a tabela, usar a tecla F2 (TABLE).



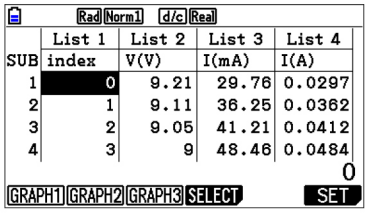
Para exportar os dados da tabela para a estatística, fazer F6 (SAVE) e escolher a opção *Lists* ▼. Ao pressionar EXE é exibida uma mensagem informativa das listas onde vão ser guardados os dados recolhidos.

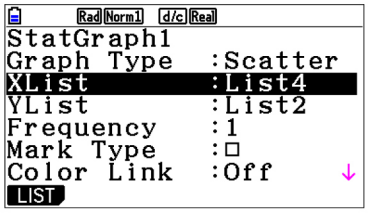


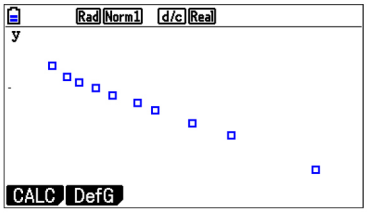
Entrar no menu estatística da calculadora (Menu 2).
Na lista 4 converter a corrente elétrica para o sistema internacional de unidades. Colocar o cursor em cima da lista 4 e fazer *List* 3 ÷ 1000 EXE. Para escrever *List* usar as teclas SHIFT 1.



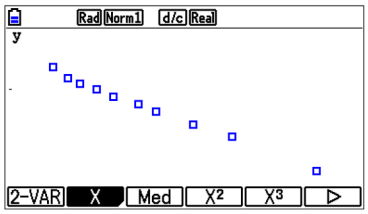
Em F1 (GRAPH) configurar o gráfico selecionando F6 (SET) para definir as listas, neste caso para o eixo dos *xx*, a lista 4 (I(A)) e para o eixo dos *yy*, a lista 2 (U(V)). Depois de definir as listas, regressar ao ecrã anterior EXIT e desenhar o gráfico F1 (GRAPH1). O gráfico é exibido. Para obter a regressão linear pressionar F1 (CALC).

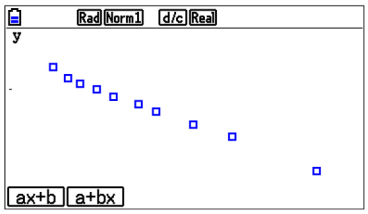


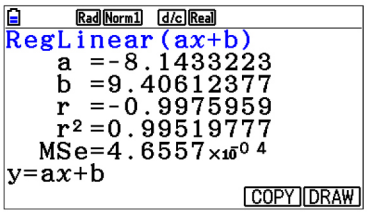




Escolher F2 (X) e F1 (ax+b). Os parâmetros da regressão linear são exibidos.







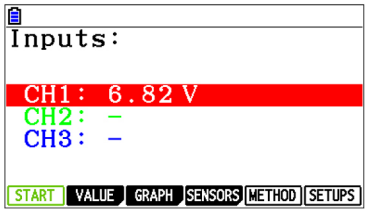
É obtida a seguinte regressão para a pilha nova

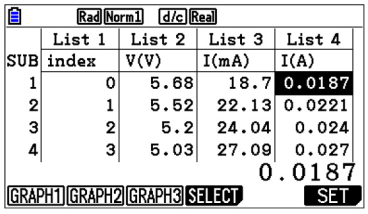
$$y = 9{,}41 - 8{,}14\,x \text{ ou } U_{nova} = 9{,}41 - 8{,}14\,I.$$

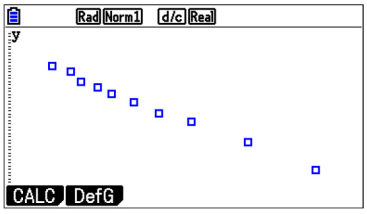
O coeficiente de correlação é muito próximo de 1 (0,995), pelo que se infere a existência de uma relação linear entre U e I.

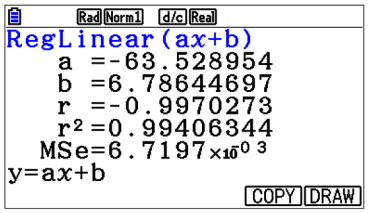
Para a pilha usada o procedimento é igual ao da pilha nova. A força eletromotriz obtida na pilha usada, com o sensor de voltagem, foi de 6,82 V e a equação da reta de ajuste obtida foi

$$U_{usada} = 6{,}79 - 63{,}53\,I.$$









8 – Conclusões

Comparando os resultados experimentais com o modelo teórico, $U = \varepsilon - r_i \times I$, conclui-se que a pilha nova tem uma força eletromotriz de 9,41 V e uma resistência interna de 8,14 Ω. Na medição direta da força eletromotriz, também se obteve o valor de 9,41 V (figura 1B).
Para a pilha usada, os valores da força eletromotriz e da resistência interna obtidos pela equação da reta de ajuste foram de 6,79 V e 63,53 Ω, respetivamente. Na medição direta da força eletromotriz obteve-se o valor de 6,82 V havendo, neste caso, uma diferença de 0,03 V. A diferença encontrada é pouco significativa (0,44%).

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

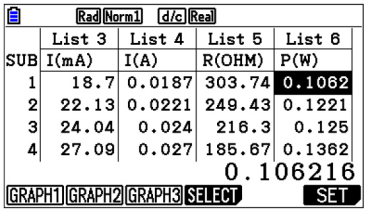
A força eletromotriz da pilha pode ser medida ligando diretamente o sensor de voltagem aos terminais da pilha porque o sensor tem uma resistência interna elevada (~0,1 MΩ), levando a que a corrente elétrica na pilha seja praticamente nula. Para além disso, como a resistência interna da pilha é pequena, o produto $r_i \times I$ é quase nulo. A partir da equação $U = \varepsilon - r_i \times I$, fazendo $r_i \times I \approx 0$, obtém-se $U = \varepsilon$.

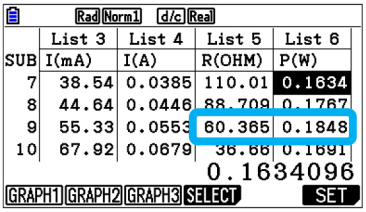
Os dados obtidos mostram que a pilha usada tem menor força eletromotriz e maior resistência interna. Assim, esta pilha cede menos energia ao circuito e dissipa mais energia (por efeito Joule) que uma pilha nova.

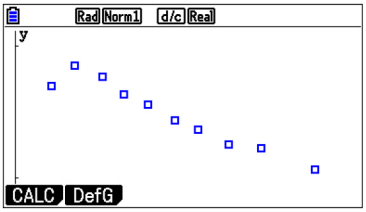
Neste trabalho também se pode concluir quando é que uma pilha se "gasta" mais facilmente. Experimentalmente, através da construção do gráfico da potência útil ($U \times I$) em função da resistência exterior ($U \div I$) pode-se verificar quando a pilha se está a "gastar" mais depressa.

Para construir o gráfico referido colocar o cursor em cima da lista 5 e fazer *List* 2 ÷ *List* 4 ($U \div I$), para obter a resistência exterior. Na lista 6 fazer *List* 2 × *List* 4 ($U \times I$), para obter a potência útil. Configurar o gráfico com a lista 5 no eixo dos *xx* e a lista 6 no eixo dos *yy* e obter o gráfico da potência útil em função da resistência exterior.

Para a pilha usada obteve-se o máximo da potência fornecida pela pilha quando a resistência é de 60,37 Ω, valor próximo da resistência interna da pilha (63,53 Ω).

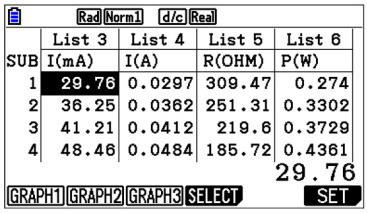


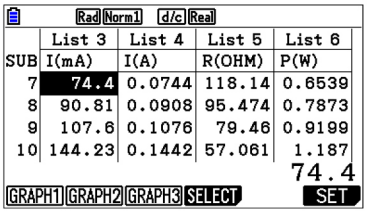


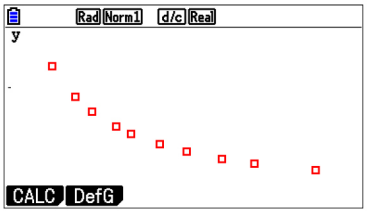


Demonstra-se que a pilha apresenta um máximo de transformação de energia quando o valor da resistência exterior se aproxima da resistência interna da pilha.

Para a pilha nova não se obteve o máximo, uma vez que a resistência interna da pilha (8,14 Ω) é inferior ao valor limite que estamos a utilizar de resistência externa, de forma a proteger o circuito (20 Ω). De qualquer forma, verifica-se que o valor da potência fornecida pela pilha aumenta quando a resistência externa se aproxima da resistência interna da pilha (a potência aumenta com a diminuição da resistência).



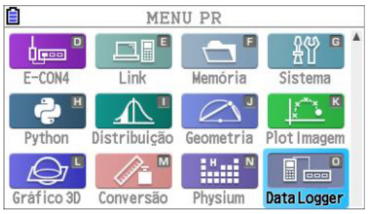




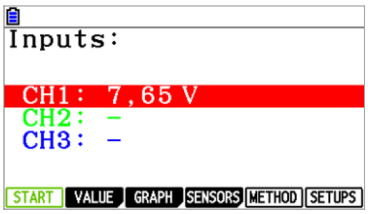
9 – Substituir o sensor de corrente por um amperímetro

No amperímetro digital (multímetro) escolher a escala de 0-200 mA. Nesta escala o multímetro está protegido por um fusível. **Se forem utilizadas pilhas novas de 9 V, para não queimar o fusível a resistência mínima no reóstato ou na caixa de resistências do circuito deve ser próxima de 40 Ω.** Neste exemplo utilizou-se outra pilha usada e valores de resistências entre 39 Ω e 470 Ω.

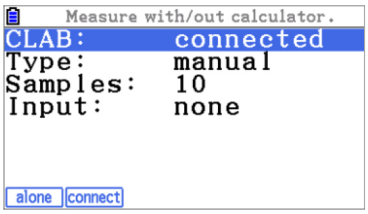
Entrar no menu *Data Logger* da calculadora.

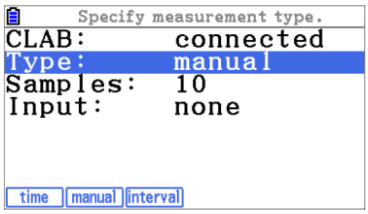


Depois de montar o circuito da figura 3, ligar a calculadora ao CLAB e o sensor de voltagem ao canal 1.

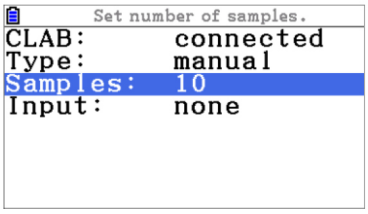


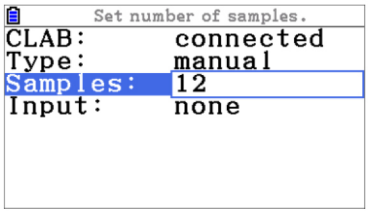
Em F5 (METHOD) configurar a atividade. A opção *Type* deve estar em manual F2 para poder introduzir, manualmente, os valores da corrente elétrica.



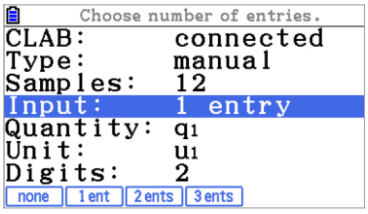


As amostras podem ser 12, mesmo que não se faça as 12 entradas. Pressionar EXE e introduzir 1 2 EXE (*Samples*: 12).

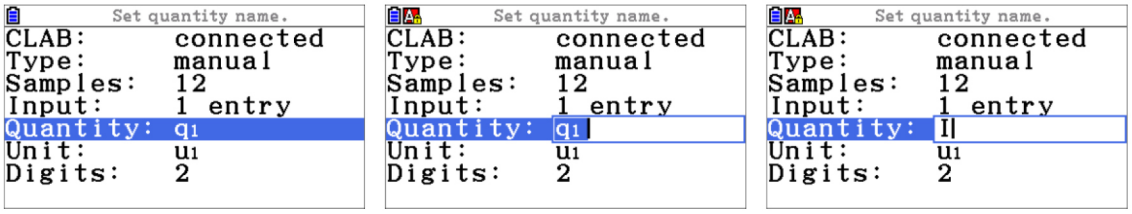




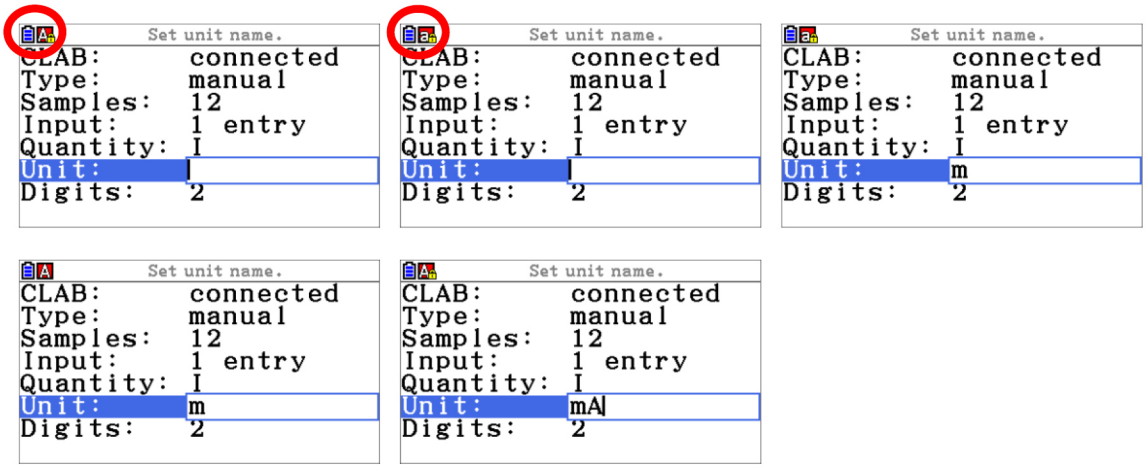
O valor da corrente elétrica é introduzido manualmente. Selecionar *Input* e F2 (1 *entry*).



Definir a grandeza física. Em *Quantity*, definir a corrente elétrica (I). Pressionar EXE, apagar q1 e escrever a letra I.

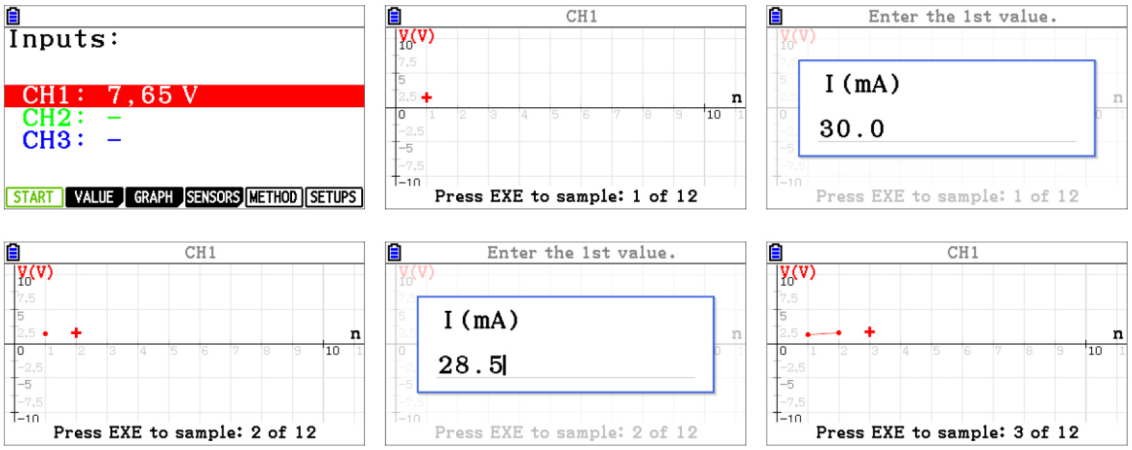


O procedimento para indicar as unidades (*Unit*) de corrente elétrica (mA) é idêntico. Para escrever "m" é necessário usar a tecla [SHIFT] para alternar entre maiúsculas e minúsculas. O teclado para o alfabeto está bloqueado (ver símbolo A a).

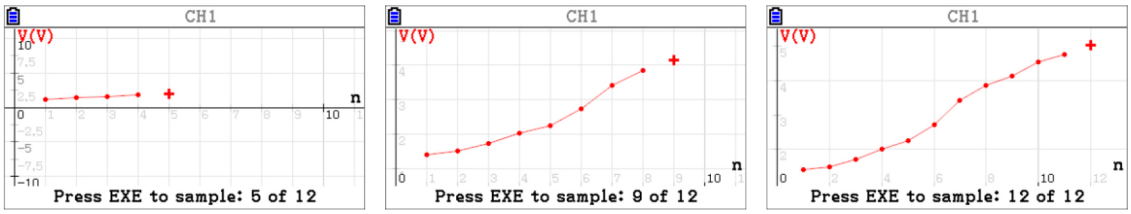


O algarismo 2 em *Digits* significa que a entrada assume até 2 casas decimais.
Pressionar [EXIT] para voltar ao ecrã anterior.

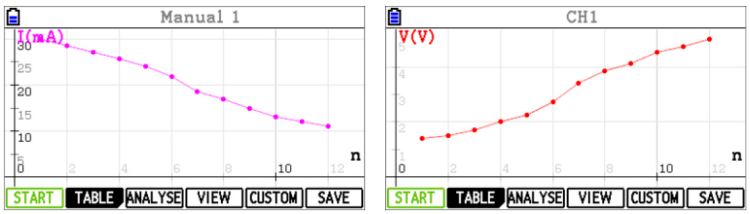
Para iniciar a recolha de dados pressionar [F1](START). Para registar a primeira amostra fechar o circuito, pressionar [EXE] para a calculadora guardar a primeira diferença de potencial, introduzir manualmente a corrente elétrica e pressionar [EXE]. Alterar o valor da resistência para registar a segunda amostra. Pressionar [EXE] para a calculadora guardar a segunda diferença de potencial, introduzir manualmente a corrente elétrica e pressionar [EXE].
Repetir o processo até terminar a recolha de dados. Caso o número de amostras recolhidas seja inferior a 12, pressionar [EXIT] e selecionar *Abort*. Os dados recolhidos ficam sempre memorizados na calculadora.



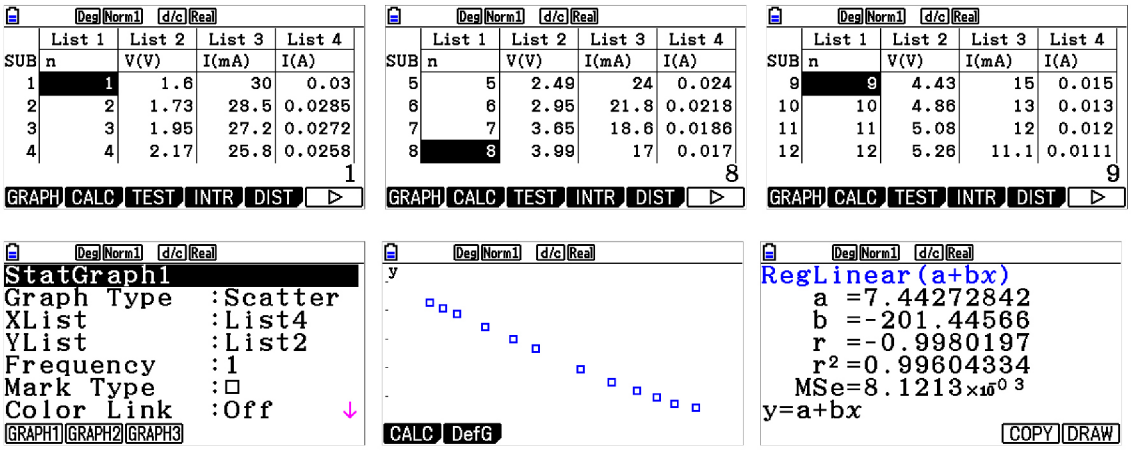
À medida que as amostras vão sendo memorizadas os eixos dos gráficos ajustam-se, automaticamente, à janela de visualização.



Quando se faz a recolha de dados, só se visualiza o gráfico da diferença de potencial ou da corrente elétrica, em função do número da amostra. Para alternar entre gráficos utilizar as setas do cursor (▲ ▼) para cima e para baixo.



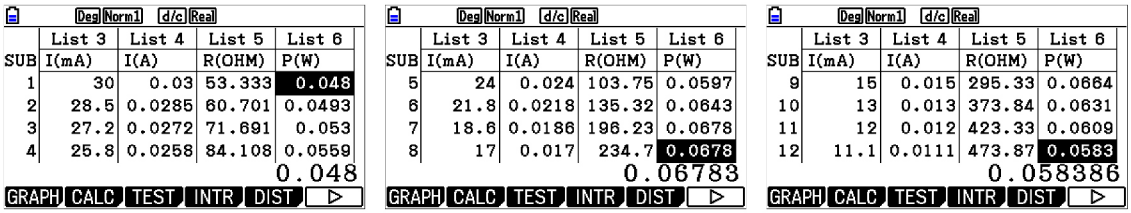
A partir deste ponto o tratamento de dados é semelhante ao indicado na secção 7, página 46 (tratamento dos dados). Como exemplo, são apresentados vários ecrãs onde foi utilizado um amperímetro, uma pilha usada e valores de resistências entre 39 Ω e 470 Ω.

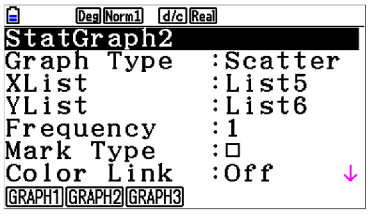


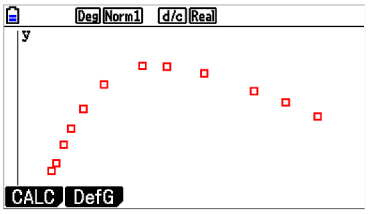
Para esta pilha a equação da reta de ajuste obtida foi

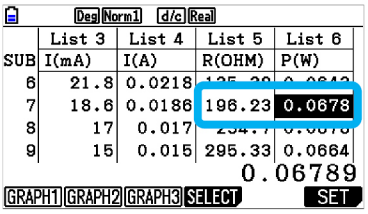
$$U_{usada} = 7{,}443 - 201{,}4\, I.$$

Os ecrãs seguintes mostram, resumidamente, como se pode obter o gráfico da potência útil ($U \times I$) em função da resistência exterior ($U \div I$).









Para esta pilha obteve-se o máximo da potência fornecida quando a resistência é de 196,23 Ω, valor próximo da resistência interna da pilha (201,4 Ω).

AL 10F 3.1 – Radiação e potência elétrica de um painel fotovoltaico

1 – Aprendizagens Essenciais

Investigar, experimentalmente, a influência da irradiância e da diferença de potencial elétrico na potência elétrica fornecida por um painel fotovoltaico, avaliando os procedimentos, interpretando os resultados e comunicando as conclusões.

2 - Metas Curriculares

1 - Associar a conversão fotovoltaica à transferência de energia da luz solar para um painel fotovoltaico que se manifesta no aparecimento de uma diferença de potencial elétrico nos seus terminais.
2 - Montar um circuito elétrico e efetuar medições de diferença de potencial elétrico e de corrente elétrica.
3 - Determinar a potência elétrica fornecida por um painel fotovoltaico**.**
4 - Investigar o efeito da variação da irradiância na potência do painel, concluindo qual é a melhor orientação de um painel fotovoltaico de modo a maximizar a sua potência**.**
5 - Construir e interpretar o gráfico da potência elétrica em função da diferença de potencial elétrico nos terminais de um painel fotovoltaico, determinando a diferença de potencial elétrico que otimiza o seu rendimento.

3 – Material

- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Cabo BT – IEEE1394 (cabo que liga o sensor de corrente ao CLAB)
- 1 Sensor de voltagem (BT02, incluído no CLAB)
- 1 Sensor de corrente de 500 mA (BT22i) (ou amperímetro digital)
- 1 Painel fotovoltaico
- 1 Reóstato (ou potenciómetro de 0-330 Ω) ou caixa de resistências
- 1 Candeeiro de secretária
- 1 Interruptor
- 1 Fita métrica ou régua
- Transferidor ou medidor de ângulos
- Fios de ligação
- Crocodilos
- Filtros de diferentes cores (papel celofane ou acrílicos coloridos)

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

4 – Montagem do material

Ligar o CLAB à calculadora através do cabo SB-62. Ligar o cabo do sensor de voltagem ao canal 1 do CLAB. Ligar o cabo BT – IEEE1394 ao sensor de corrente e ao canal 2 do CLAB.
A montagem do circuito, com os componentes da figura 1, deve ser realizada de acordo com o esquema da figura 2.

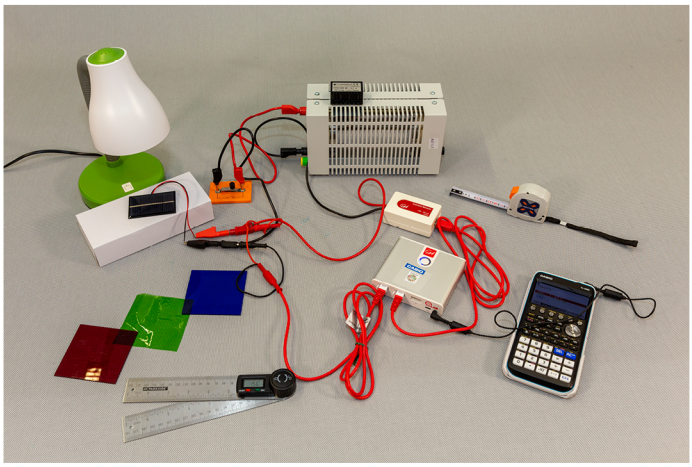


Figura 1 – Montagem experimental para investigar como a irradiância e a diferença de potencial elétrico nos terminais do painel fotovoltaico influenciam a sua potência.

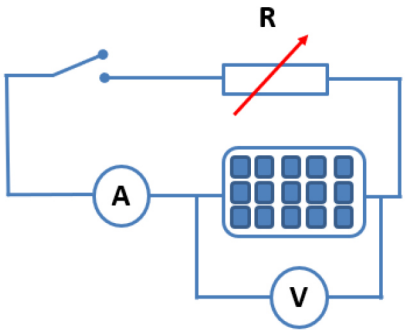


Figura 2 – Esquema da montagem para investigar quando o rendimento de um painel fotovoltaico é máximo.

5 – Sugestões e notas gerais

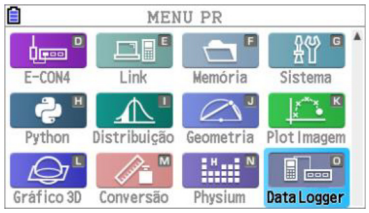
- O rendimento dos painéis fotovoltaicos baixa com o aumento da temperatura e aumenta com a irradiância. Assim, é conveniente colocar a lâmpada próximo do painel, de modo que a variação de temperatura deste seja pouco significativa. A distância ideal varia com o tipo de lâmpada e candeeiro utilizado.
- O candeeiro deve ser ligado uns minutos antes de realizar a atividade de modo a estabilizar a temperatura do painel e a luminosidade da lâmpada.
- Na construção do gráfico da potência elétrica em função da diferença de potencial elétrico, nos terminais do painel fotovoltaico, fazer incidir a radiação perpendicularmente ao painel (o painel poderá estar paralelo à mesa e a lâmpada por cima do painel, sempre à mesma distância).

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

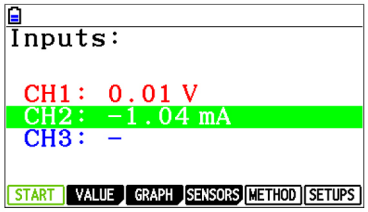
- Quando se pretende estudar o efeito da variação da direção da luz incidente relativamente ao painel (inclinação), o centro de massa deste deve estar sempre à mesma distância da lâmpada.
- Para simular dias com mais ou menos irradiância, interpor filtros entre a lâmpada e o painel fotovoltaico.
- O sensor de corrente pode ser substituído por um amperímetro. Neste caso, o procedimento para a recolha de dados com a calculadora é semelhante ao descrito na secção 9, página 48, da AL 10F 2.1 (substituir o sensor de corrente por um amperímetro).

6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

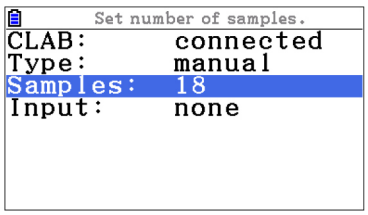
Entrar no menu *Data Logger* da calculadora.



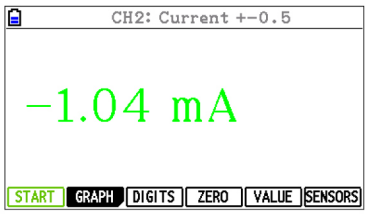
Com os sensores de voltagem e de corrente ligados, respetivamente, ao canal 1 e ao canal 2 do CLAB fica visível, no ecrã da calculadora, o valor que está a ser lido.

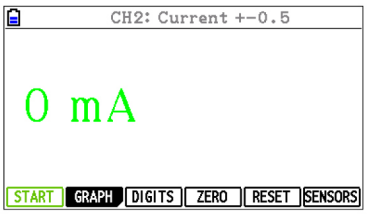


Com o circuito montado, definir as configurações da atividade laboratorial em F5 (METHOD). Escolher o modo manual com 18 recolhas. Em *Type* escolher F2 (*manual*) e em amostras (*Samples*) colocar 18 (EXE 1 8 EXE).



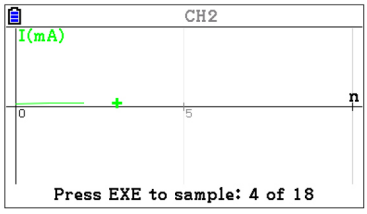
Pode haver a necessidade de colocar a "zero" o sensor de corrente, pelo que é necessário posicionar o cursor sobre esse canal. Pressionar F2 (VALUE) e F4 (ZERO).

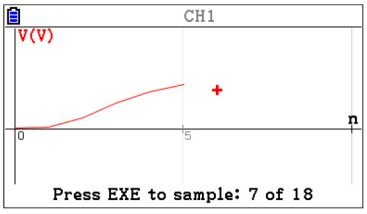




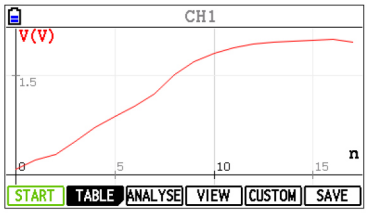
Recolha de dados para a obtenção do gráfico da potência elétrica em função da diferença de potencial

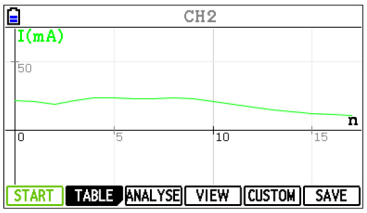
Colocar o cursor do reóstato numa das extremidades do mesmo e iniciar a recolha de dados em [F1](START). Para guardar os dados da primeira amostra pressionar [EXE] na calculadora. Para a recolha das amostras seguintes deslocar o cursor do reóstato e pressionar [EXE].





Quando terminar a recolha de dados, é possível visualizar o gráfico da diferença de potencial e da corrente elétrica, usando as setas do cursor da calculadora para cima ▲ e para baixo ▼.



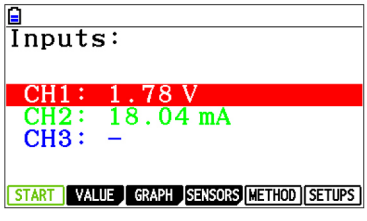
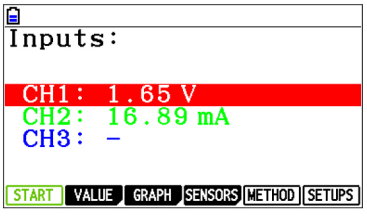
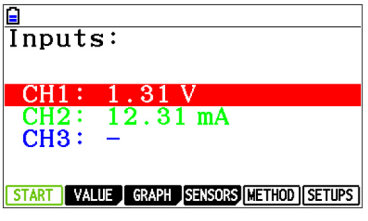


Na secção 7, página 58, está descrito o tratamento de dados que permite obter o gráfico da potência elétrica em função da diferença de potencial e o valor onde a potência é máxima. Nas recolhas de dados seguintes (variação da orientação do painel e utilização de filtros), o cursor do reóstato deve estar fixo, aproximadamente, na posição onde a potência elétrica fornecida pelo painel é máxima.

Recolha de dados para o cálculo da potência elétrica em várias orientações do painel

Visualizar e registar os valores obtidos quando o plano do painel está orientado de modo que a luz incida perpendicularmente sobre ele (90°) e para ângulos inferiores. A tabela 1 mostra alguns resultados obtidos.

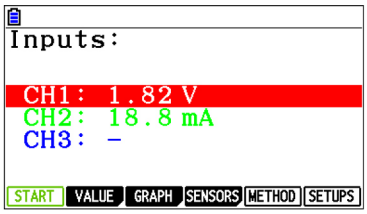
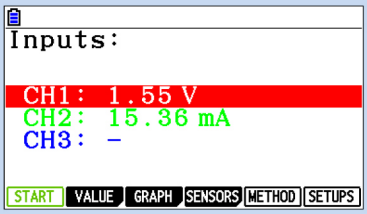
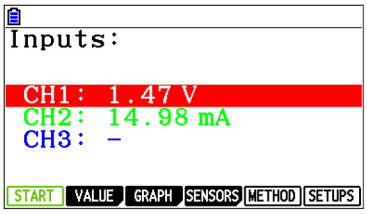
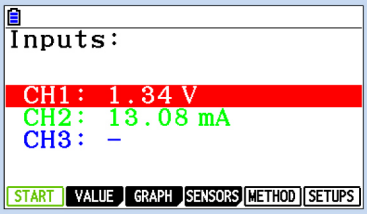
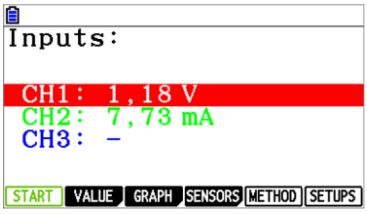
Tabela 1 - Ecrãs obtidos para três orientações do painel.

Orientação 90°	Orientação 60°	Orientação 30°
		

Recolha de dados para o cálculo da potência elétrica com diversos filtros colocados sobre o painel

Visualizar e registar valores quando se colocam filtros sobre o painel. A tabela 2 mostra alguns resultados obtidos.

Tabela 2 - Ecrãs obtidos quando se colocam filtros sobre o painel.

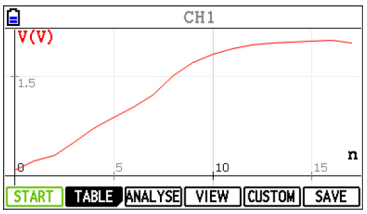
Filtro	Ecrã
Sem filtro (simula o dia sem nuvens)	
Filtro vermelho	
Filtro verde	
Filtro azul	
Filtro translúcido (simula o dia com nuvens)	

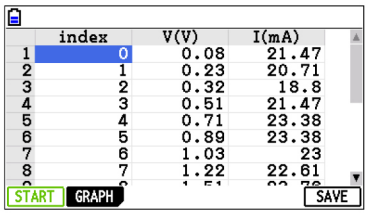
7 - Tratamento dos dados

As incertezas de leitura dos sensores de voltagem e de corrente são 0,01 V e 0,01 mA, respetivamente

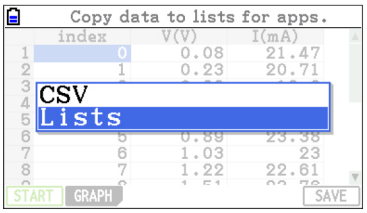
Gráfico da potência elétrica em função da diferença de potencial

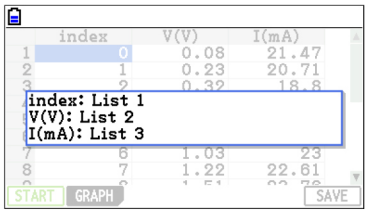
Visualizar a tabela de valores, fazendo F2 (TABLE).



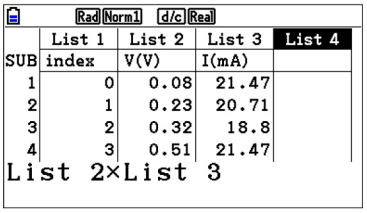


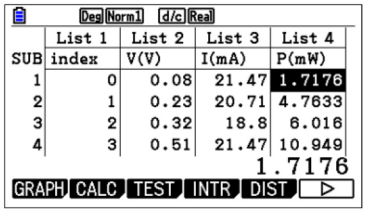
Guardar a tabela de valores no menu da estatística, pressionar F6 (SAVE). Escolher *Lists* ▼ e pressionar EXE.



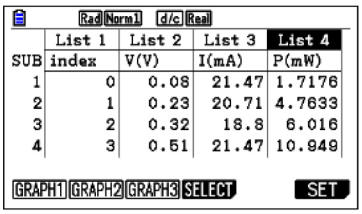


No menu da estatística (menu 2), na lista 4 fazer o produto da lista 2 com a lista 3 de forma a obter a potência. Para executar esta operação, o cursor deve estar sobre a lista 4.

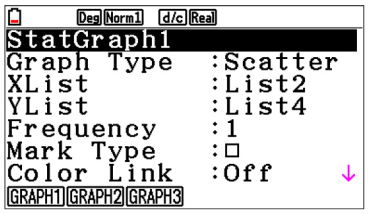


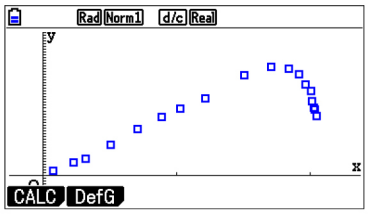


Desenhar o gráfico da potência em função da diferença de potencial. Selecionar F1 (GRAPH), seguido de F6 (SET).

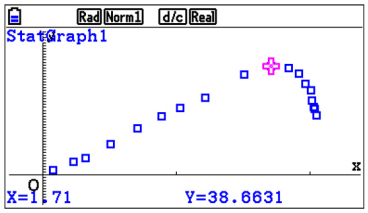


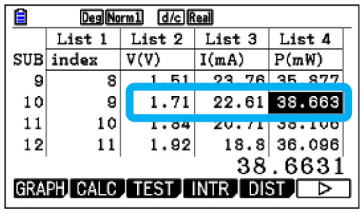
Escolher a lista 2 para o eixo dos *xx* e a lista 4 para o eixo dos *yy*. Regressar ao ecrã anterior EXIT e desenhar o gráfico usando a tecla F1 (GRAPH1).





Utilizar o trace SHIFT F1 para colocar o cursor num dos pontos do gráfico e percorrer os pontos, usando as teclas do cursor, de modo a encontrar o máximo da potência.



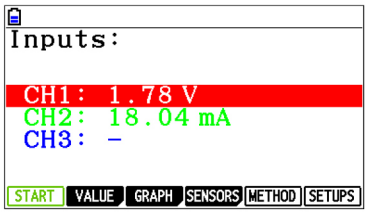
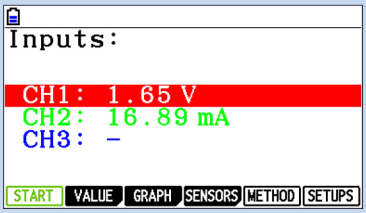
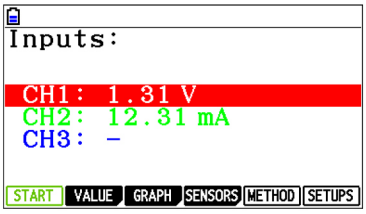


A diferença de potencial que otimiza a potência do painel é (1,71 ± 0,01) V.

Potência elétrica para diversas orientações do painel

Na tabela 3 constam os valores calculados da potência do painel para três orientações.

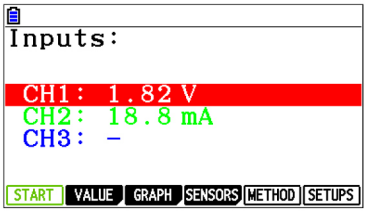
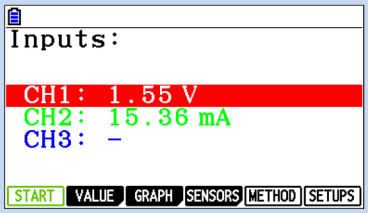
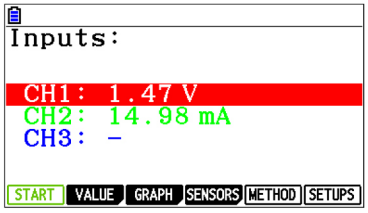
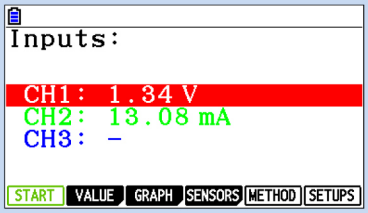
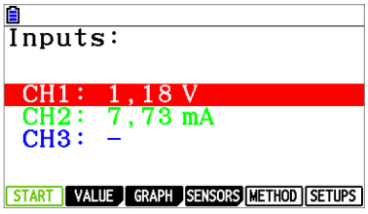
Tabela 3 – Valores da potência do painel para três orientações.

Orientação	Ecrã	*U* / V	*I* / mA	*P* / mW
90°		1,78	18,04	32,1
60°		1,65	16,89	27,9
30°		1,31	12,31	16,1

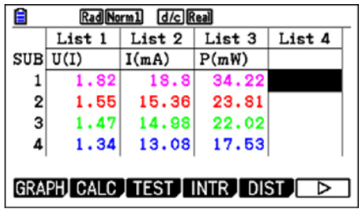
Potência elétrica do painel com diversos filtros

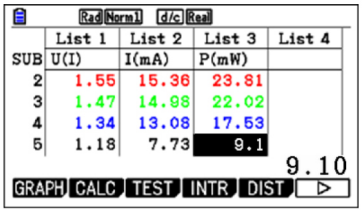
Na tabela 4 constam os valores calculados da potência elétrica do painel quando sobre ele foram colocados diversos filtros.

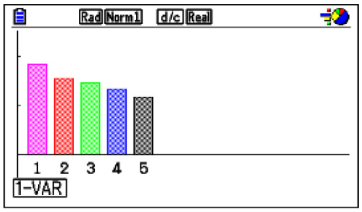
Tabela 4 - Valores da potência do painel quando sobre ele foram colocados diversos filtros.

Filtro	Ecrã	*U* / I	*I* / mA	*P* / mW
Sem filtro		1,82	18,8	34,2
Filtro vermelho		1,55	15,36	23,8
Filtro verde		1,47	14,98	22,0
Filtro azul		1,34	13,08	17,5
Filtro translúcido		1,18	7,73	9,12

Na calculadora gráfica foi construído um gráfico de barras que mostra a influência dos filtros na potência disponibilizada pelo painel.







8 – Conclusões

O procedimento experimental permite atingir todos os objetivos propostos para a atividade.

Gráfico da potência elétrica em função da diferença de potencial

Através do gráfico da potência elétrica em função da diferença de potencial nos terminais do painel fotovoltaico, pode verificar-se que o valor da diferença de potencial que otimiza o rendimento do painel, ou seja, a sua potência é máxima, quando a diferença de potencial é 1,71 V.

Potência elétrica para diversas orientações do painel

Mantendo o cursor do reóstato na posição aproximada de potência máxima e a distância entre a fonte de radiação e o painel, verifica-se que a potência é maior quando o plano do painel está orientado de modo que a luz incida perpendicularmente sobre ele (90°). À medida que a luz se afasta da direção perpendicular ao painel, a potência vai diminuindo.

Potência elétrica do painel com diversos filtros

Mantendo as mesmas condições, mas interpondo diferentes tipos de filtros entre a fonte luminosa e o painel fotovoltaico verifica-se que estes reduzem a irradiância que chega ao painel e, desta forma, a potência disponibilizada. O filtro que mais reduziu a potência disponibilizada pelo painel foi o translúcido, com 73%, e o que menos reduziu a potência foi o vermelho, com 30%.

Notas

AL 10F 3.2 – Capacidade térmica mássica

1 – Aprendizagens Essenciais

Determinar, experimentalmente, a capacidade térmica mássica de um material, avaliando os procedimentos, interpretando os resultados e comunicando as conclusões.

2 – Objetivos (com base nas metas curriculares revogadas pelo Despacho n.º 6605-A/2021)

1 - Identificar transferências de energia.
2 - Estabelecer balanços energéticos em sistemas termodinâmicos, identificando as parcelas que correspondem à energia útil e à energia dissipada.
3 - Medir temperaturas e energias fornecidas, ao longo do tempo, num processo de aquecimento.
4 - Construir e interpretar o gráfico da variação de temperatura de um material em função da energia fornecida, traçar a reta que melhor se ajusta aos dados experimentais e obter a sua equação.
5 - Determinar a capacidade térmica mássica do material a partir da reta de ajuste e avaliar a exatidão do resultado a partir do erro percentual.

3 – Material

- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Cabo BT – IEEE1394 (cabo que liga o sensor de corrente ao CLAB)
- 1 Sensor de voltagem (BT02, incluído no CLAB)
- 1 Sensor de corrente de 5 A (BT21i) (ou amperímetro digital)
- 1 Sensor de temperatura (BT01, incluído no CLAB)
- 1 Conjunto de blocos calorimétricos (alumínio, cobre, latão, …)
- 1 Resistência de aquecimento (12 V)
- 1 Base isoladora de esferovite ou cortiça
- 1 Balança
- 1 Fonte de alimentação
- 1 Pipeta de Pasteur/Beral
- Glicerina
- Fios de ligação
- Crocodilos

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

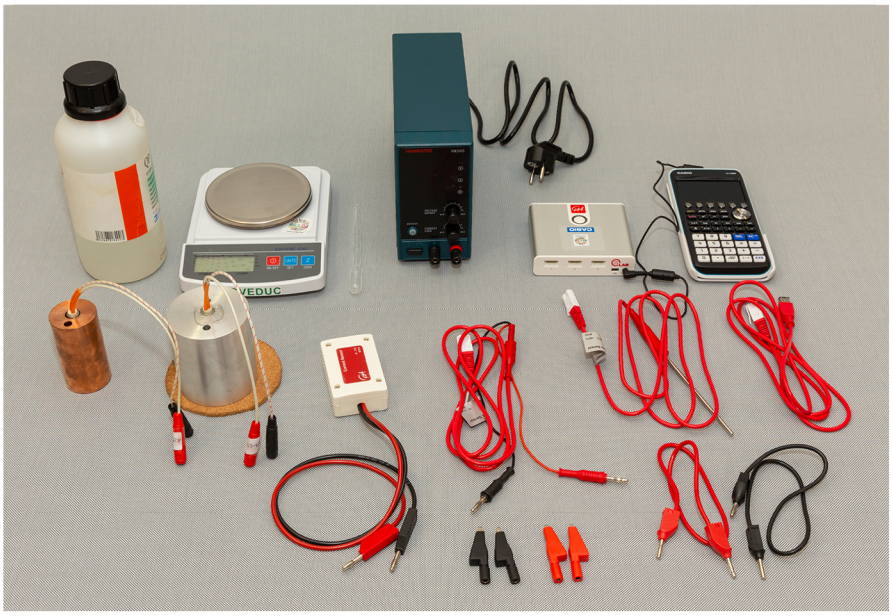


Figura 1 – Material utilizado na atividade.

4 – Montagem do material

Ligar os instrumentos de acordo com as seguintes indicações (figura 2):

- O CLAB deve estar ligado à calculadora através do cabo SB-62;
- O cabo do sensor de voltagem liga ao canal 1 do CLAB;
- O cabo BT – IEEE1394 liga ao sensor de corrente e ao canal 2 do CLAB;
- O cabo do sensor de temperatura liga ao canal 3 do CLAB;
- Ligar os restantes componentes de acordo com o esquema da figura 3.

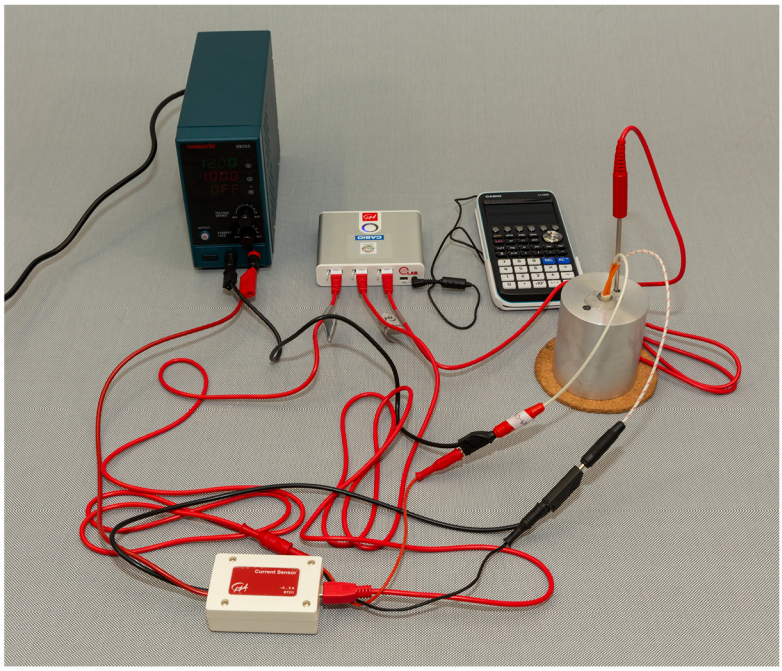


Figura 2 – Montagem experimental para determinar a capacidade térmica mássica de um bloco calorimétrico de alumínio.

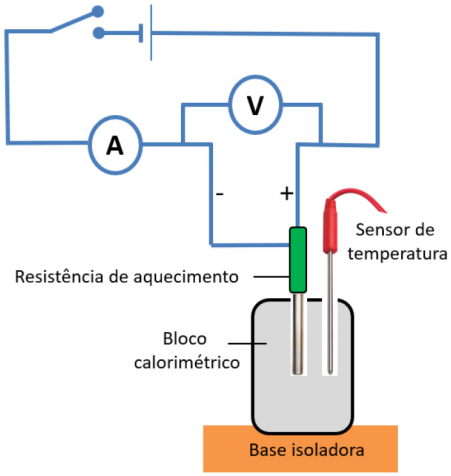


Figura 3 – Esquema de montagem para determinar a capacidade térmica mássica de um bloco calorimétrico.

5 – Sugestões e notas gerais

- A equação matemática que permite calcular a energia (E) recebida ou cedida num aquecimento (ou arrefecimento), quando não há mudança de estado físico é $E = mc\Delta T$, onde m é a massa do sistema, c, a capacidade térmica mássica e ΔT a variação de temperatura do sistema. A partir da equação anterior obtemos o modelo teórico desta atividade, dado por

$$\Delta T = \frac{1}{mc} E, \qquad (1)$$

onde $\frac{1}{mc}$ é o declive do gráfico da variação de temperatura de um material em função da energia fornecida.

- A equação que permite determinar a energia fornecida ao sistema, ao fim de um intervalo de tempo Δt é

$$E = U\, I\, \Delta t, \qquad (2)$$

onde U é a diferença de potencial indicada no sensor de voltagem e I é a corrente elétrica indicada no sensor de corrente.

- A fonte de alimentação pode não fornecer uma diferença de potencial constante. Sugere-se a utilização de uma fonte de alimentação estabilizada.

- Os primeiros pontos do gráfico da variação da temperatura em função da energia recebida poderão afastar-se da reta de ajuste devido, possivelmente, ao tempo que a energia demora a chegar ao sensor de temperatura. Assim, na obtenção da regressão linear optou-se por excluir os pontos para os primeiros 60 segundos.

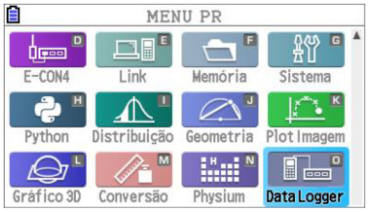
- Quanto maior for a temperatura atingida pelo bloco, maior vai ser a energia transferida para o meio ambiente e mais afastados estarão os valores experimentais das capacidades térmicas mássicas dos valores tabelados. Para reduzir esse efeito, efetuaram-se aumentos de temperatura entre 8 °C e 20 °C (tempo de aquecimento para cada ensaio próximo de 450 s).

- Para obter um melhor contacto térmico da resistência de aquecimento e do sensor de temperatura com o bloco, colocou-se glicerina nos orifícios onde estes instrumentos encaixam.

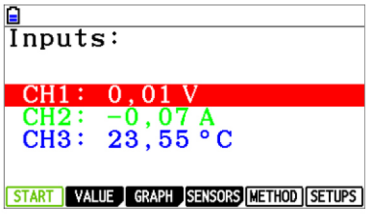
- Devem ser respeitadas as indicações do fabricante relativas à resistência de aquecimento (não ultrapassar a potência nominal da resistência).
- Pelo menos a base do bloco deve estar isolada.
- A fonte de alimentação foi regulada para 12 V.
- Após a realização da atividade desligar o interruptor (circuito aberto) para não danificar a resistência de aquecimento.
- O sensor de corrente pode ser substituído por um amperímetro. Se optar por um amperímetro digital (multímetro) escolher a escala de 0-10 A. Neste caso, o procedimento para a recolha de dados com a calculadora é semelhante ao descrito na secção 9, página 48, da AL 10F 2.1 (substituir o sensor de corrente por um amperímetro).

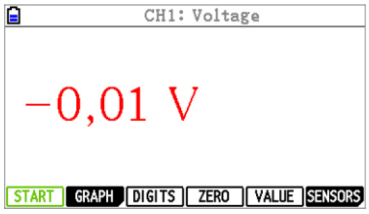
6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

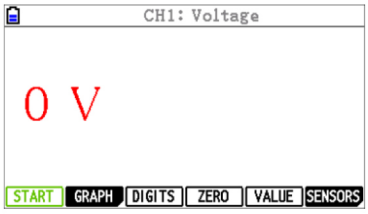
Entrar no menu *Data Logger.*



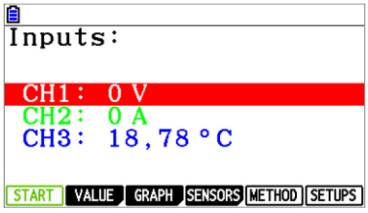
Pode haver necessidade de calibrar o sensor de voltagem e de corrente para "zero". Para efetuar a calibração do sensor de voltagem, deve ter o cursor sobre o canal do sensor de voltagem e pressionar [F2] (VALUE). Escolher [F4] (ZERO). Regressar ao ecrã anterior [EXIT] e, caso se justifique, repetir o processo para o sensor de corrente.

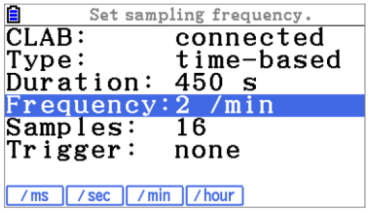




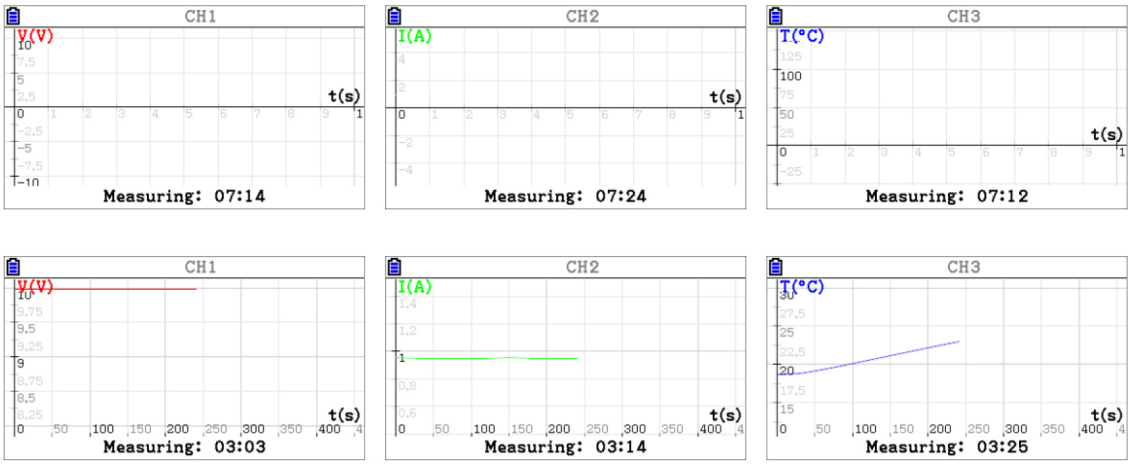


Em [F5] (METHOD) configurar a atividade. A opção *Type* deve estar em *time-based* [F1], a duração da atividade pode ser 450 s (*Duration: 450 s*) e a frequência pode ser 2 por minuto (*Frequency:* 2/min). Com base nas configurações anteriores, o número de amostras (*Sample*) fica definido para 16. Ter a opção *Trigger* em *none*, implica que ao pressionar [EXE] a recolha de dados começa de imediato.

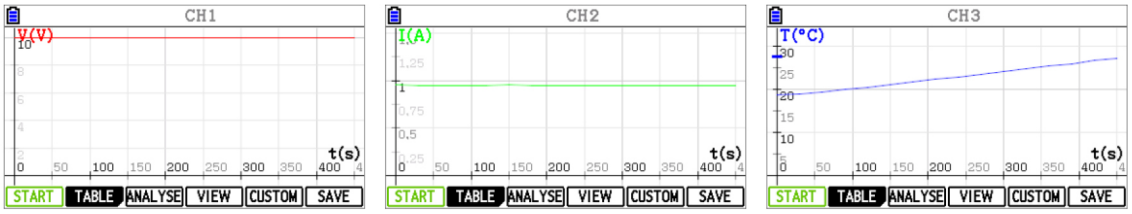




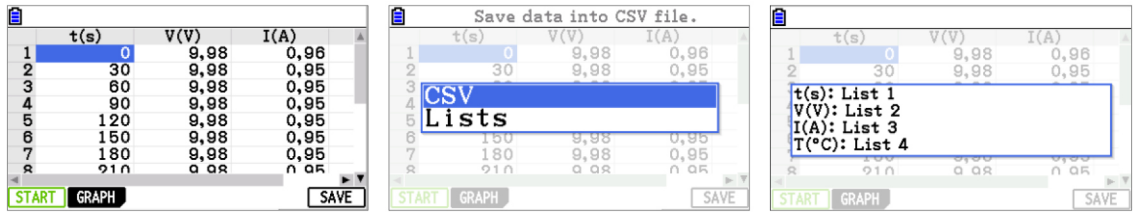
Ao iniciar a recolha de dados, F1 (START), os gráficos da diferença de potencial, da corrente elétrica e da temperatura em função do tempo vão sendo exibidos e construídos à medida que o tempo vai avançando.



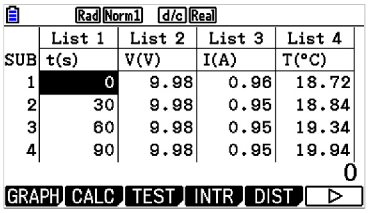
Ao terminar o tempo é exibido um dos gráficos. Podem-se utilizar as setas do cursor, ▲▼, para cima e para baixo para visualizar os restantes gráficos.
Para obter a tabela, usar a tecla F2 (TABLE).



Para exportar os dados para a estatística, fazer F6 (SAVE) e escolher a opção *Lists* ▼. Ao pressionar EXE é exibida uma mensagem informativa das listas onde são guardados os dados recolhidos.



Ao entrar no menu da estatística da calculadora (Menu 2) os dados estão disponíveis nas listas.



7 - Tratamento dos dados

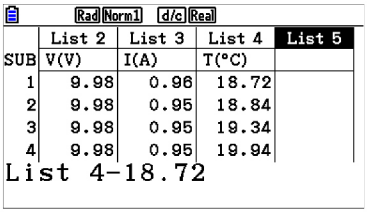
A atividade laboratorial foi realizada nas seguintes condições:

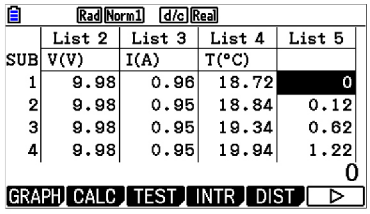
- Massa do bloco de alumínio, $m = (500 \pm 1)$ g;
- Temperatura inicial do bloco de alumínio, $T_{Al} = (18{,}72 \pm 0{,}01)$ °C;
- Massa do bloco de cobre, $m = (500 \pm 1)$ g;
- Temperatura inicial do bloco de cobre, $T_{Al} = (20{,}18 \pm 0{,}01)$ °C.

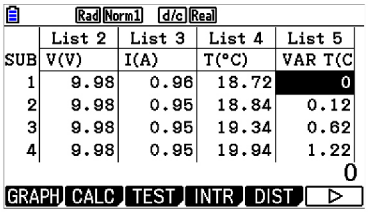
As incertezas de leitura dos sensores de voltagem e de corrente são 0,01 V e 0,01 A, respetivamente.

Bloco de alumínio

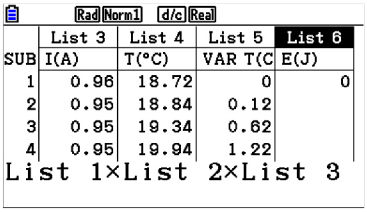
A variação de temperatura, ΔT, é calculada na lista 5. Esta lista obtém-se a partir da lista 4 subtraindo a temperatura inicial (18,72 °C). Colocar o cursor sobre a lista 5 e escrever $List\ 4 - 18{,}72$. Para escrever a palavra *List* usar as teclas [SHIFT] [1]. Ao pressionar EXE ([EXE]) obtém-se a variação da temperatura.

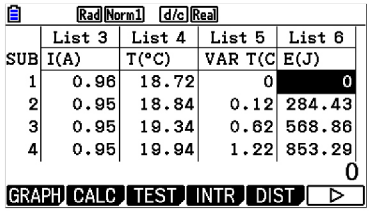




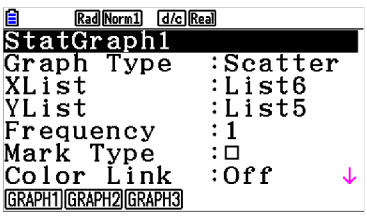


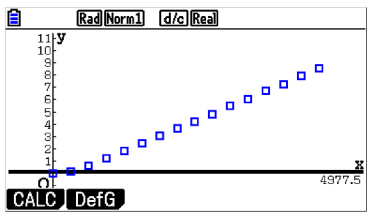
Na lista 6 são determinados os valores da energia. Colocar o cursor sobre a lista 6 e escrever a expressão *List* 1 x *List* 2 x *List* 3.





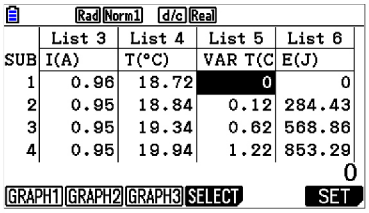
Para obter o gráfico da variação de temperatura do bloco em função da energia fornecida, visualizar os parâmetros da regressão e desenhar a reta que melhor se ajusta aos dados experimentais, solicitar o gráfico em [F1] (GRAPH) e configurá-lo em [F6] (SET). Depois de definir as listas para os eixos dos *xx* e dos *yy*, regressar ao ecrã anterior [EXIT] e desenhar [F1] (GRAPH1). O gráfico é exibido.





Como foi referido na secção 5, página 65 (sugestões e notas), os primeiros pontos do gráfico da variação da temperatura em função da energia recebida afastam-se da reta de ajuste. Assim, na obtenção da regressão linear optou-se por excluir os pontos para os primeiros 60 segundos.

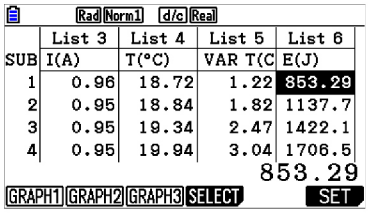
Deve ter-se em atenção que a eliminação dos dados deve ser realizada nas listas 5 e 6. Para apagar usar [DEL].



SUB	List 3 I(A)	List 4 T(°C)	List 5 VAR T(C	List 6 E(J)
1	0.96	18.72	0	0
2	0.95	18.84	0.12	284.43
3	0.95	19.34	0.62	568.86
4	0.95	19.94	1.22	853.29

0

GRAPH1 GRAPH2 GRAPH3 SELECT SET

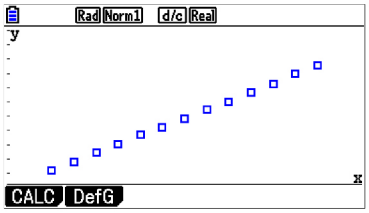


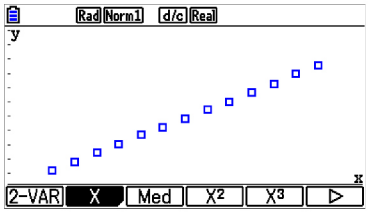
SUB	List 3 I(A)	List 4 T(°C)	List 5 VAR T(C	List 6 E(J)
1	0.96	18.72	1.22	853.29
2	0.95	18.84	1.82	1137.7
3	0.95	19.34	2.47	1422.1
4	0.95	19.94	3.04	1706.5

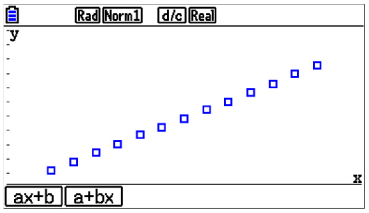
853.29

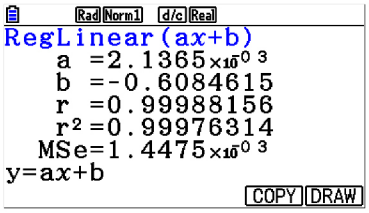
GRAPH1 GRAPH2 GRAPH3 SELECT SET

Para desenhar o novo gráfico pressionar [F1](GRAPH1). O gráfico é apresentado no ecrã. Pressionar [F1](CALC) para calcular a regressão linear. Escolher [F2](X) e [F1](ax+b).



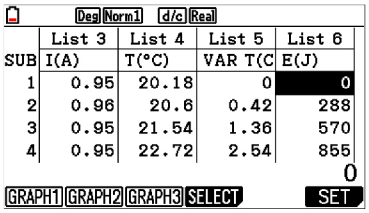






Bloco de cobre

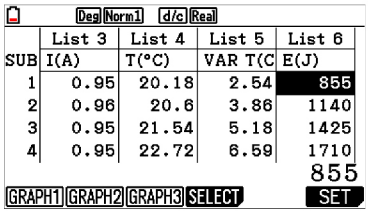
O tratamento de dados para o cobre é igual ao anteriormente descrito.



SUB	List 3 I(A)	List 4 T(°C)	List 5 VAR T(C	List 6 E(J)
1	0.95	20.18	0	0
2	0.96	20.6	0.42	288
3	0.95	21.54	1.36	570
4	0.95	22.72	2.54	855

0

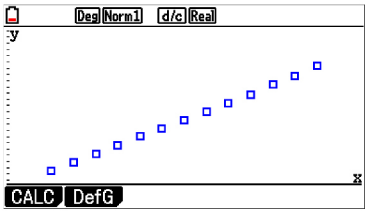
GRAPH1 GRAPH2 GRAPH3 SELECT SET

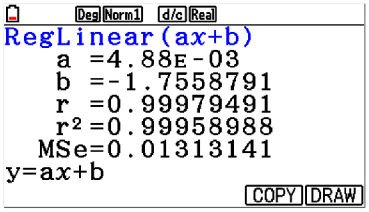


SUB	List 3 I(A)	List 4 T(°C)	List 5 VAR T(C	List 6 E(J)
1	0.95	20.18	2.54	855
2	0.96	20.6	3.86	1140
3	0.95	21.54	5.18	1425
4	0.95	22.72	6.59	1710

855

GRAPH1 GRAPH2 GRAPH3 SELECT SET





Os valores das listas de dados recolhidos com os sensores para o alumínio e para o cobre constam, respetivamente, nas tabelas 1 e 2. As tabelas também incluem a variação de temperatura dos materiais e a energia fornecida.

Tabela 1 – Dados recolhidos com os sensores, variação de temperatura e energia fornecida ao alumínio.

t / s	U / V	I / A	T / °C	ΔT / °C	E / J
0	9,98	0,96	18,72	------	-----
30	9,98	0,95	18,84	0,12	284
60	9,98	0,95	19,34	0,62	569
90	9,98	0,95	19,94	1,22	853
120	9,98	0,95	20,54	1,82	1138
150	9,98	0,95	21,19	2,47	1422
180	9,98	0,95	21,76	3,04	1707
210	9,98	0,95	22,39	3,67	1991
240	9,98	0,95	22,94	4,22	2275
270	9,98	0,95	23,55	4,83	2560
300	9,98	0,95	24,20	5,48	2844
330	9,98	0,95	24,73	6,01	3129
360	9,98	0,95	25,41	6,69	3413
390	9,98	0,95	25,96	7,24	3698
420	9,98	0,95	26,67	7,95	3982
450	9,98	0,95	27,27	8,55	4266

Tabela 2 – Dados recolhidos com os sensores, variação de temperatura e energia fornecida ao cobre.

t / s	U / V	I / A	T / °C	ΔT / °C	E / J
0	10,00	0,95	20,18	------	------
30	10,00	0,96	20,60	0,42	288
60	10,00	0,95	21,54	1,36	570
90	10,00	0,95	22,72	2,54	855
120	10,00	0,95	24,04	3,86	1140
150	10,00	0,95	25,36	5,18	1425
180	10,00	0,95	26,77	6,59	1710
210	10,00	0,95	28,20	8,02	1995
240	10,00	0,95	29,52	9,34	2280
270	10,00	0,95	30,83	10,65	2565
300	10,00	0,95	32,23	12,05	2850
330	10,00	0,95	33,61	13,43	3135
360	10,00	0,95	34,98	14,80	3420
390	10,00	0,95	36,42	16,34	3705
420	10,00	0,95	37,79	17,73	3990
450	10,00	0,95	39,41	19,37	4275

A reta de ajuste para o alumínio é $y = 2{,}14 \times 10^{-3}x - 0{,}61$ ou $\Delta T = 2{,}14 \times 10^{-3}E - 0{,}61$ e para o cobre é $y = 4{,}88 \times 10^{-3}x - 1{,}76$ ou $\Delta T = 4{,}88 \times 10^{-3}E - 1{,}76$.
Os valores de r^2 (0,9998 e 0,9996) mostram que os dados se ajustam bem a uma função linear e ao modelo teórico.
Os valores das ordenadas na origem resultam de erros experimentais.

A capacidade térmica mássica do alumínio é

$$Declive = \frac{1}{mc} \Leftrightarrow c_{\mathrm{Al}} = \frac{1}{m \times Declive} \Leftrightarrow c_{\mathrm{Al}} = \frac{1}{0{,}500 \times 2{,}14 \times 10^{-3}} \Leftrightarrow c_{\mathrm{Al}} = 935 \text{ J kg}^{-1} \text{ °C}^{-1}.$$

Valor tabelado para o alumínio: $c_{\mathrm{Al}} = 900 \text{ J kg}^{-1} \text{ °C}^{-1}$.

O erro relativo percentual para o valor encontrado no alumínio é

$$\text{Erro percentual} = \left|\frac{935-900}{900}\right| \times 100 = 3{,}9\%.$$

A capacidade térmica mássica do cobre é

$$Declive = \frac{1}{mc} \Leftrightarrow c_{\mathrm{Cu}} = \frac{1}{m \times Declive} \Leftrightarrow c_{\mathrm{cu}} = \frac{1}{0{,}500 \times 4{,}88 \times 10^{-3}} \Leftrightarrow c_{\mathrm{Cu}} = 410 \text{ J kg}^{-1} \text{ °C}^{-1}.$$

Valor tabelado para o cobre: $c_{\mathrm{Cu}} = 385 \text{ J kg}^{-1} \text{ °C}^{-1}$.

O erro relativo percentual para o valor encontrado no cobre é

$$\text{Erro percentual} = \left|\frac{410-385}{385}\right| \times 100 = 6{,}5\%.$$

8 - Conclusões

Com o procedimento experimental proposto foi possível atingir os objetivos da atividade.

Os resultados experimentais obtidos estão de acordo com o modelo teórico apresentado.

O valor obtido para a capacidade térmica do alumínio apresenta um erro relativo percentual baixo (menor que 5%). Para o cobre o erro relativo percentual é significativo (acima de 5%). Tal facto pode dever-se às maiores temperaturas atingidas pelo bloco de cobre, que pode levar a uma maior transferência de energia para o ambiente (energia dissipada).

Para além das transferências de energia para o ambiente (deficiente isolamento), existem outras fontes de erro como, por exemplo:

- Parte da energia é dissipada no aquecimento da resistência;
- Transferências de energia para o sensor e glicerina;
- Os materiais podem não ser puros;
- A temperatura do bloco não é uniforme;
- A variação de temperatura depender da posição da cavidade onde se coloca o sensor de temperatura;
- A cavidade pode influenciar a forma como se distribui a temperatura no bloco.

Notas

AL 10F 3.3 – Balanço energético num sistema termodinâmico

1 - Objetivo geral

Determinar, experimentalmente, a variação de entalpia mássica de fusão do gelo, avaliando os procedimentos, interpretando os resultados e comunicando as conclusões.

2 – Objetivos (com base nas metas curriculares revogadas pelo Despacho n.º 6605-A/2021)

1 - Prever a temperatura final da mistura de duas massas de água a temperaturas diferentes e comparar com o valor obtido experimentalmente.
2 - Medir massas e temperaturas.
3 - Estabelecer balanços energéticos em sistemas termodinâmicos aplicando a Lei da Conservação da Energia, interpretando o sinal positivo ou negativo da variação da energia interna do sistema.
4 - Medir a entalpia de fusão do gelo e avaliar a exatidão do resultado a partir do erro percentual.

3 – Material

- CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 2 Sensores de temperatura (BT01, incluído no CLAB)
- 4 Recipientes (copo de refrigerante de 400 mL que substituiu o calorímetro e/ou o gobelé)
- 1 Balança
- 1 Placa de aquecimento ou chaleira elétrica
- 1 Pinça
- 1 Vareta
- Água
- Papel absorvente
- Gelo fundente

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias



Figura 1 – Material necessário para a atividade.

4 – Montagem do material

Ligar o CLAB à calculadora através do cabo SB-62. Ligar os sensores de temperatura aos canais 1 e 2 do CLAB.

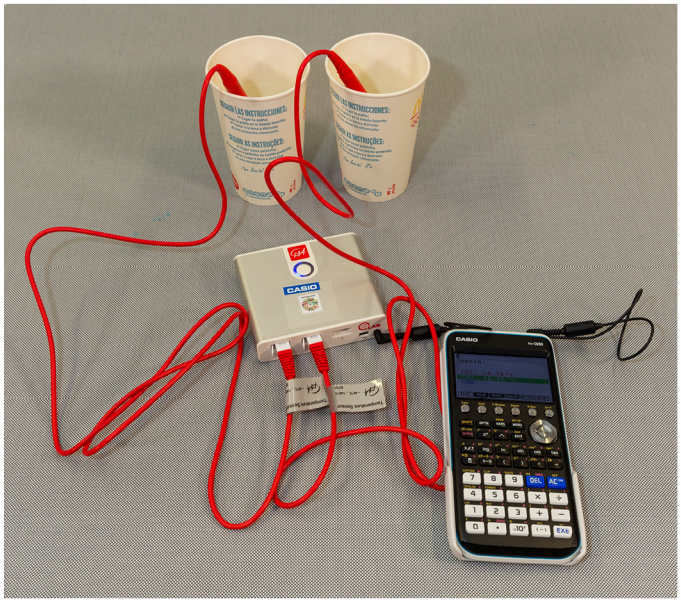


Figura 2 – Montagem do material para a mistura das duas massas de água e para a mistura da massa de água com gelo fundente.

5 – Sugestões e notas gerais

- Para obter gelo fundente mistura-se num dos copos de refrigerante gelo com um pouco de água. Mexe-se a mistura e aguarda-se que fique aproximadamente a 0 °C.
- Nesta atividade a massa do recipiente deve ser o mais baixa possível. Para tal sugere-se a utilização de copos de refrigerantes. Devem evitar-se calorímetros com o interior metálico e os copos de vidro. Para diminuir as trocas de energia com o exterior, a base do copo deve ter uma

"caixa" de ar dentro do anel que toca o solo (figura 3). Também pode optar-se por colocar copos dentro uns dos outros.

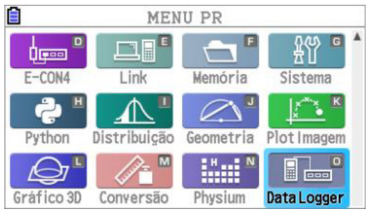
- Na mistura de duas massas de água obtêm-se bons resultados quando um dos sistemas tem temperatura inferior ao ambiente e o outro temperatura superior, de modo a contrabalançar as perdas e os ganhos de energia com o ambiente. As temperaturas acima e abaixo da temperatura ambiente devem ser da ordem dos 10 °C.
- Para evitar a evaporação, a temperatura da água não deve ser muito elevada.
- Devem-se secar os cubos de gelo com papel absorvente.
- Nesta atividade pode utilizar-se 1 ou 2 sensores de temperatura. Optou-se por recorrer a 2 sensores de temperatura para minimizar as transferências de energia entre sistemas através do sensor.



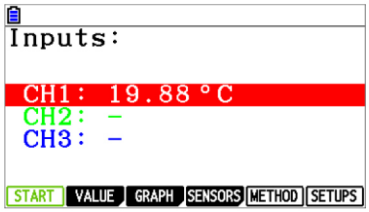
Figura 3 – Pormenor da base do copo de refrigerante.

6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

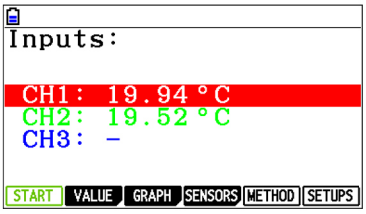
Entrar no menu *Data Logger* da calculadora.



Ligar o sensor de temperatura à porta 1 do CLAB. Estando a calculadora e o CLAB ligados, a aplicação reconhece o sensor de temperatura.

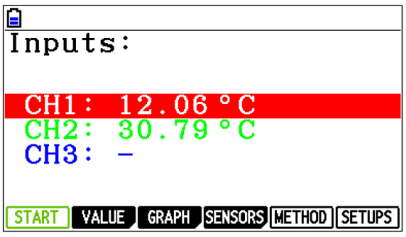


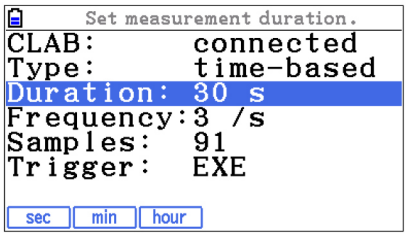
Se nesta atividade optar por utilizar dois sensores de temperatura, ligar o segundo sensor à porta 2. Nesta descrição optou-se por utilizar 2 sensores para evitar transferências de energia entre os conteúdos dos copos através do sensor.



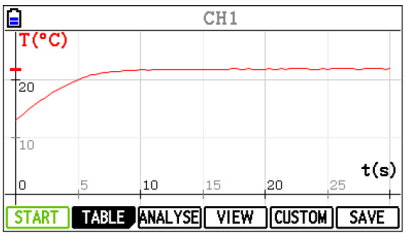
Mistura de duas massas de água a temperaturas diferentes

A figura 2 mostra o esquema de montagem da primeira parte desta atividade. Misturaram-se 173 g de água (copo 1), a uma temperatura abaixo da temperatura ambiente (12,06 ℃) (canal 1), com 196 g de água (copo 2) com uma temperatura acima do ambiente (30,79 ℃) (canal 2). Para configurar a recolha de dados, ir a [F5] (METHOD). Escolher a recolha com base no tempo (*Type*: [F1] *time-based*), escolher a duração (*Duration*) de 30 segundos (o "equilíbrio térmico" atinge-se rapidamente) e a frequência (*Frequency*) de 2 ou 3 amostras por segundo. Com base nas configurações anteriores, o número de amostras (*Samples*) é definido pela calculadora. Para regressar ao ecrã anterior premir [EXIT].

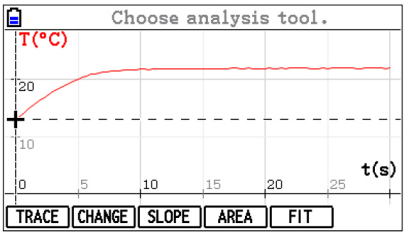


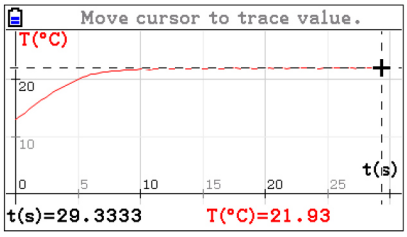


Iniciar a recolha de dados, pressionar [F1] (START). Verter de seguida a água quente para o copo de água fria. Misturar as duas águas e visualizar a curva do gráfico do canal 1 até o tempo terminar.



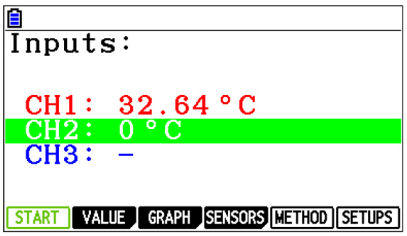
Entrar em [F3] (ANALYSE) e ativar o [F1] (TRACE). Andar com o cursor para a direita ▶ para retirar o valor da temperatura de equilíbrio (21,93 °C).



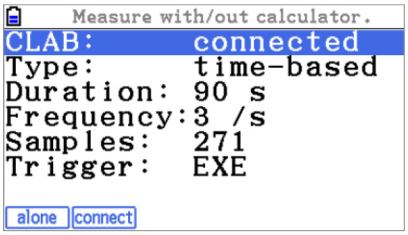


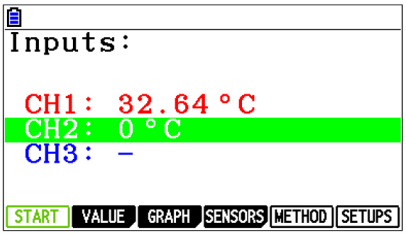
Mistura de gelo fundente com água quente

O esquema de montagem da segunda parte da atividade é igual ao da primeira parte (figura 2). Misturar 245 g de água (copo 1), a uma temperatura acima da temperatura ambiente (32,64 °C) (canal 1), com 35 g de gelo fundente (copo 2) (0,00 °C) (canal 2).

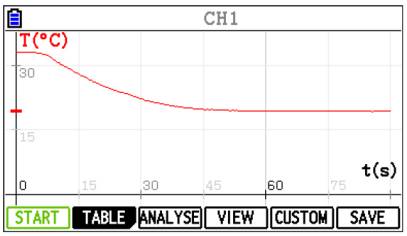


Para configurar a recolha de dados, ir a F5 (METHOD), manter a recolha com base no tempo (*Type*: *time-based*), escolher a duração (*Duration*) de 90 segundos (o gelo demora algum tempo a fundir) e a frequência (*Frequency*) de 2 ou 3 amostras por segundo. O número de amostras é definido com base nos parâmetros anteriormente definidos. Para regressar ao ecrã anterior premir EXIT.

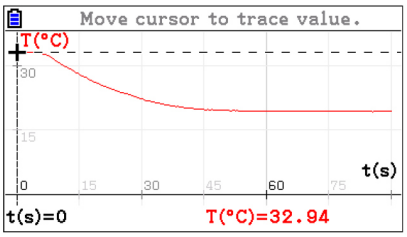


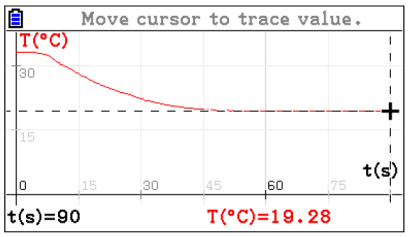


Iniciar a recolha de dados, pressionar F1 (START). Misturar de seguida o gelo na água e visualizar a curva do gráfico até o tempo terminar. Quando o tempo terminar, o gráfico final é exibido.



Entrar em F3 (ANALYSE) e ativar o F1 (TRACE). Andar com as setas do cursor (◀ ▶) para retirar o valor da temperatura inicial da água, antes de misturar o gelo (32,94 °C) e o valor da temperatura de equilíbrio (19,28 °C).





7 - Tratamento dos dados

Mistura de duas massas de água a temperaturas diferentes

A mistura das massas de água foi realizada nas seguintes condições:

- Temperatura da água fria, $T_{fria} = (12{,}06 \pm 0{,}01)\ °C$;
- Temperatura da água quente, $T_{quente} = (30{,}79 \pm 0{,}01)\ °C$;
- Massa de água fria, $m_f = (173 \pm 1)\ g$;
- Massa de água quente, $m_q = (196 \pm 1)\ g$.

A partir das condições anteriores obteve-se a temperatura de equilíbrio (experimental), $T_{exp} = (21{,}93 \pm 0{,}01)\ °C$.

Considerando o sistema isolado e estabelecendo o balanço energético pode-se prever a temperatura final da mistura das duas massas de água (T_f).

$$\Delta U_{\text{água fria+água quente}} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \Delta U_{\text{água fria}} + \Delta U_{\text{água quente}} = 0 \Leftrightarrow m_f c \Delta T_{fria} + m_q c \Delta T_{quente} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 0{,}173\left(T_f - 12{,}06\right) + 0{,}196\left(T_f - 30{,}79\right) = 0 \Leftrightarrow T_f = 22{,}0\ °C$$

Mistura de gelo fundente com água quente

A mistura do gelo fundente com água quente foi realizada nas seguintes condições:

- Temperatura do gelo, $T_g = (0{,}00 \pm 0{,}01)\ °C$;
- Temperatura da água antes de adicionar o gelo, $T_{água} = (32{,}94 \pm 0{,}01)\ °C$;
- Massa de gelo, $m_{gelo} = (35 \pm 1)\ g$;
- Massa de água quente, $m_{água} = (245 \pm 1)\ g$.

A partir das condições anteriores obteve-se a temperatura de equilíbrio (experimental), $T_{exp} = (19{,}28 \pm 0{,}01)\ °C$.

Considerando que toda a energia perdida pela água quente foi usada na fusão do gelo e no aquecimento da água líquida que o gelo originou depois de fundir, fez-se o balanço energético para calcular a variação de entalpia de fusão do gelo.

$$\Delta U_{\text{gelo+água quente}} = 0 \Leftrightarrow E_{fusão} + \Delta U_{\text{água fria}} + \Delta U_{\text{água quente}} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m_{gelo} \Delta H_f + m_{gelo} c_{água} \Delta T_{água\ da\ fusão\ do\ gelo} + m_{água} c_{água} \Delta T_{água} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 0{,}035 \Delta H_f + 0{,}035 \times 4{,}18 \times 10^3 \times (19{,}28 - 0) + 0{,}245 \times 4{,}18 \times 10^3 \times (19{,}28 - 32{,}94) = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \Delta H_f = 3{,}2 \times 10^5\ \text{J kg}^{-1}$$

O valor tabelado é $\Delta H_f = 3{,}34 \times 10^5\ \text{J kg}^{-1}$.

O erro relativo percentual do valor obtido para a variação da entalpia do gelo é

$$\text{Erro percentual} = \left|\frac{3{,}2 \times 10^5 - 3{,}34 \times 10^5}{3{,}34 \times 10^5}\right| \times 100 = 4{,}2\%$$

e o valor experimental da entalpia de fusão do gelo, $\Delta H_f = 3{,}2 \times 10^5\ \text{J kg}^{-1} \pm 4{,}2\%$.

8 - Conclusões

Com o material proposto para a atividade foi possível atingir os objetivos indicados.
A pequena diferença entre o valor experimental e o previsto da temperatura final da mistura das duas águas (~0,1 °C) mostra que, apesar dos sistemas não serem isolados, durante a mistura, houve uma compensação da energia transferida do ambiente para a água fria e da água quente para o ambiente.
Como o erro relativo percentual da variação da entalpia do gelo é inferior a 5%, pode considerar-se que o valor obtido tem elevada exatidão. Nesta atividade o erro obtido parece resultar, principalmente, das trocas de energia com o ambiente (sistema não isolado). Acreditamos que as medidas sugeridas no ponto 5 e a rapidez na execução da atividade, especialmente no manuseamento do gelo, foram fatores que possibilitaram obter valores experimentais próximos dos previstos teoricamente. Como o sistema não é isolado, houve trocas de energia entre o ambiente e a mistura resultando num aumento ligeiro da temperatura da mistura (gelo + água) e, consequentemente, da energia interna do sistema ($\Delta U > 0$).

Notas

AL 11F 1.1 - Queda livre: força gravítica e aceleração da gravidade

1 – Aprendizagens Essenciais

Determinar, experimentalmente, a aceleração da gravidade num movimento de queda livre, investigando se depende da massa dos corpos, avaliando procedimentos e comunicando os resultados.

2 – Objetivos (com base nas metas curriculares revogadas pelo Despacho n.º 6605-A/2021)

1 - Medir tempos e determinar velocidades num movimento de queda.
2 - Fundamentar o procedimento da determinação de uma velocidade com uma célula fotoelétrica.
3 - Determinar a aceleração num movimento de queda (medição indireta), a partir da definição de aceleração média, e compará-la com o valor tabelado para a aceleração da gravidade.
4 - Avaliar a exatidão do resultado e calcular o erro percentual, supondo uma queda livre.
5 - Concluir que, na queda livre, corpos com massas diferentes experimentam a mesma aceleração.

Método A

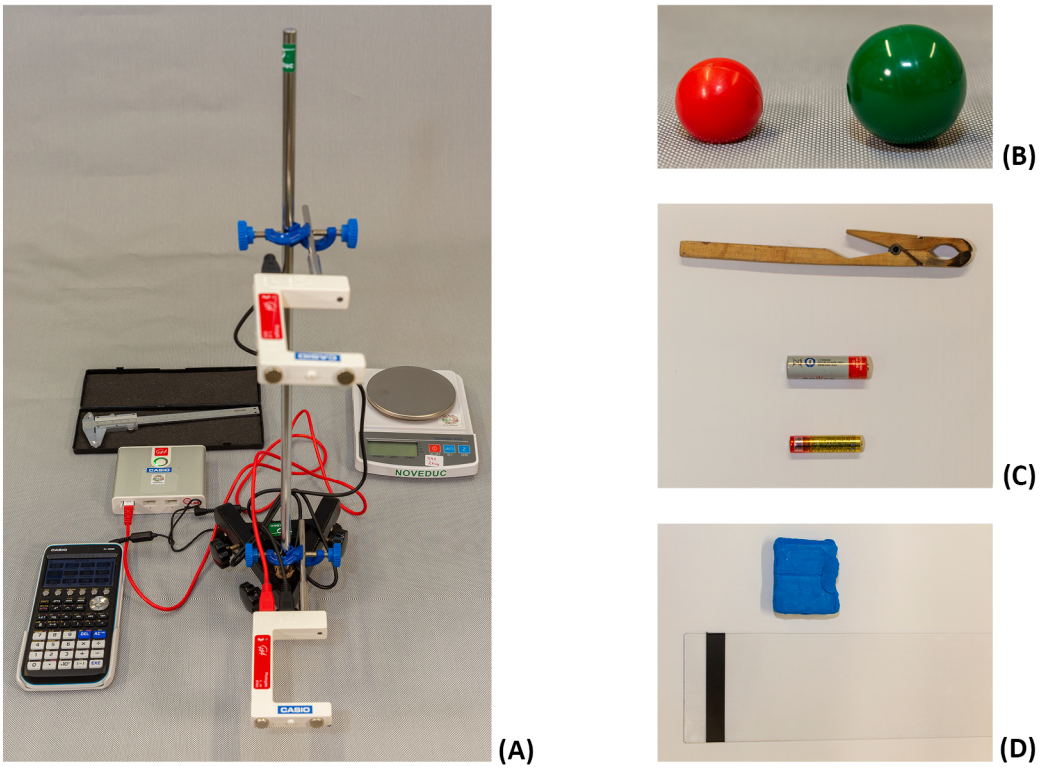
Neste método, o corpo utilizado na medição da aceleração gravítica pode ser uma esfera, um cilindro, ou uma placa de acrílico retangular com uma fita adesiva opaca numa das extremidades.

3 – Material

- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 2 Células fotoelétricas (*photogate* BT63i)
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Cabo BT – IEEE1394 (cabo que liga a célula fotoelétrica ao CLAB)
- 1 Cabo IEEE1394 6pin-6pin (cabo que faz a ligação entre duas células fotoelétricas)
- 2 Esferas com massas diferentes ou 2 pilhas (AA e AAA) + mola ou 1 placa de acrílico retangular com uma fita adesiva opaca numa das extremidades + plasticina

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

- 1 Suporte universal
- 2 Nozes
- 1 Craveira
- 1 Balança

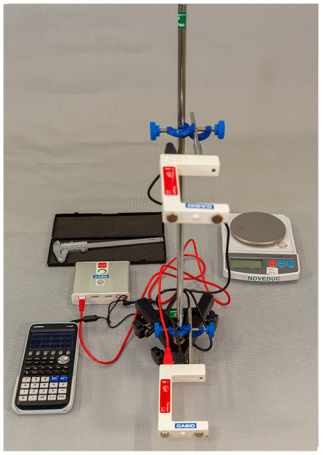


(A) (B) (C) (D)

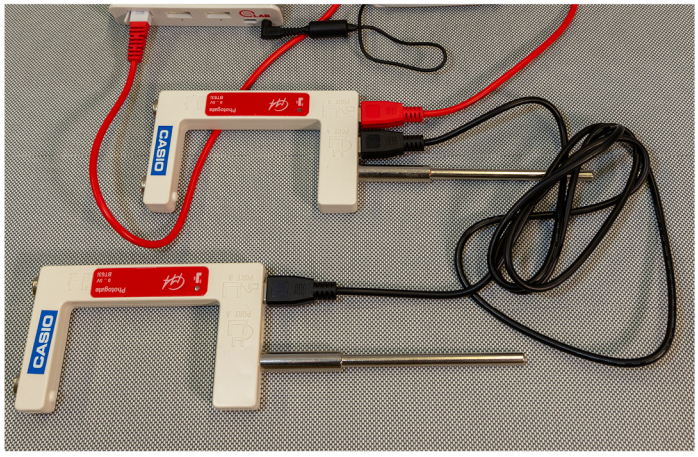
Figura 1 – Material para o método A e os diferentes objetos utilizados no movimento de queda. (A) Material para o método A, (B) Duas esferas de massas diferentes, (C) Duas pilhas de massas diferentes e mola utilizada para largar as pilhas, (D) Placa de acrílico com uma fita adesiva opaca numa das extremidades e plasticina.

4 – Montagem do material

O CLAB deve estar ligado à calculadora através do cabo SB-62 (figura 2A).
O cabo BT – IEEE1394 liga à porta B da célula fotoelétrica de baixo e ao **canal 1** do CLAB. O cabo BT – IEEE1394 6pin-6pin liga à porta A da célula fotoelétrica de baixo e à porta B da célula fotoelétrica de cima (figura 2B).
O interruptor da célula fotoelétrica deve estar posicionado de forma que o feixe de luz interno esteja selecionado (figura 2C).



(A)



(B)



(C)

Figura 2 – (A) Montagem do material, (B) Ligações das células fotoelétricas para o método A, (C) Pormenor da posição do interruptor (feixe de luz interno selecionado).

5 – Sugestões e notas gerais

- Ao utilizar uma esfera deve ter-se o cuidado desta cortar os feixes das células fotoelétricas pelo diâmetro (D). Na prática, é muito difícil alinhar o diâmetro da esfera com o feixe da segunda célula. Como resultado do desalinhamento, o feixe é interrompido por um intervalo de tempo, Δt, menor e a velocidade final e a aceleração calculadas vão ser maiores do que as calculadas quando há alinhamento. A utilização de um corpo cilíndrico (pilha) ou de uma placa de acrílico retangular, com uma fita adesiva numa das extremidades, é uma alternativa à esfera. A utilização destes dois corpos também está sujeita a erros, nomeadamente se estes tiverem pequenos movimentos de rotação e não cortarem o feixe da segunda célula pelo diâmetro do cilindro (figura 3) ou pela largura da fita adesiva. Nestes casos, os tempos de interrupção na segunda célula, podem ser superiores e as velocidades finais e as acelerações calculadas vão ser menores do que as obtidas quando há alinhamento.

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

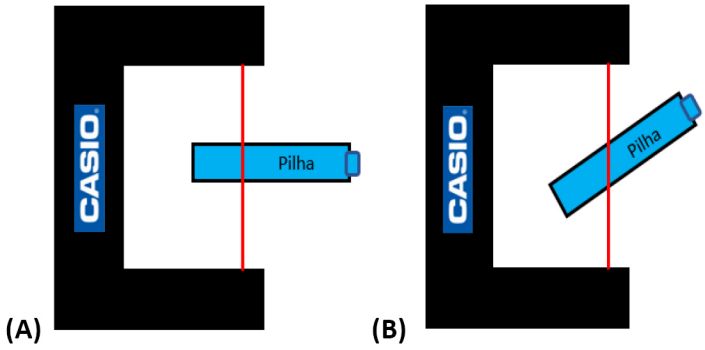
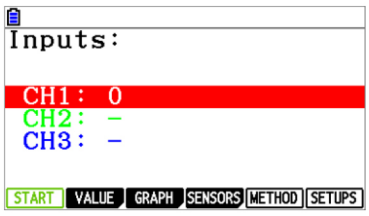


Figura 3 – (A) A pilha corta o feixe da célula pelo diâmetro, (B) A pilha não corta o feixe da célula pelo diâmetro.

- Na descrição deste método utilizaram-se duas pilhas de massas diferentes (pilhas AA e AAA).
- Os corpos (pilha, fita da placa ou esfera) devem ser largados ligeiramente acima da célula fotoelétrica superior.
- Deve evitar-se, durante a queda, que as pilhas (ou a placa) tenham ligeiros movimentos de rotação. Para largar a pilha utilizamos uma mola como mostra a figura 1C.
- Os diâmetros das esferas e das pilhas devem ser medidos com uma craveira para diminuir a incerteza absoluta de leitura.
- Para variar a massa da placa de acrílico pode colar-se plasticina nas laterais ou na parte superior. Nos outros objetos a variação de massa pode ser realizada através de pilhas e esferas de diferentes diâmetros.
- Os ensaios indicados no ponto 7 (tratamento dos dados obtidos) não foram realizados nas mesmas condições (a posição inicial do corpo varia ligeiramente). Deste modo, para cada ensaio calculou-se a aceleração e, posteriormente, fez-se a média das acelerações.
- As células da figura 2 estão afastadas cerca de 45 cm.
- Na determinação das velocidades (v) utiliza-se a equação para o movimento retilíneo uniforme ($v = \frac{D}{\Delta t}$). Como o Δt é muito pequeno considera-se que a velocidade do corpo se mantém praticamente constante.

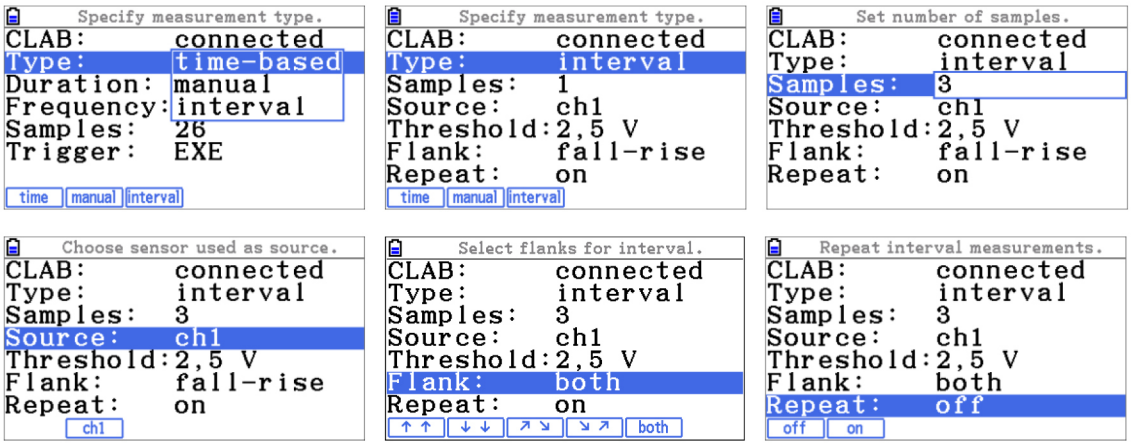
6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

Para definir as configurações do método A ir a F5 (METHOD).

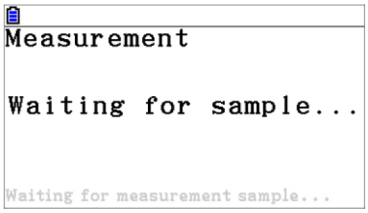


Pretende-se a recolha de intervalos de tempo de corte do feixe de luz da célula fotoelétrica. Assim, a opção *Type* deve ser *interval.* Colocar o cursor sobre esta opção (*Type*) e escolher F3 (*interval*). Em amostras (*Samples*), solicitar 3 recolhas para se obter o tempo de interrupção (passagem) na célula superior, o tempo entre as duas células e o tempo de interrupção (passagem) na célula inferior. Na opção *Source* escolher o **canal 1** F2. Em *Flank*

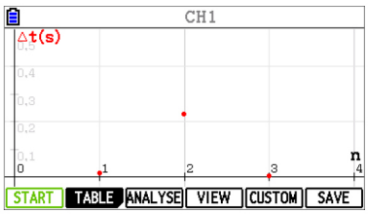
escolher *both* (F5) (consultar anexo 2 - Modalidades de recolha de dados com a célula fotoelétrica). A opção *Repeat* deve estar em F1 (*off*).



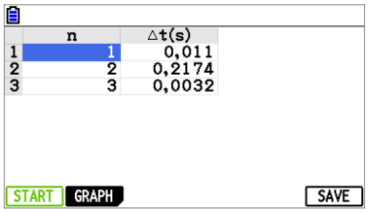
Depois de configurado, pressionar EXIT para regressar ao ecrã anterior. Para começar a recolha de dados pressionar F1 (START). O equipamento aguarda a recolha de dados, neste caso aguarda que a pilha passe pelas duas células.



Depois da pilha passar pelas células, é exibido um gráfico semelhante ao seguinte.



Para visualizar uma tabela com os tempos, pressionar F2 (TABLE).



O primeiro intervalo de tempo, Δt_1, corresponde à interrupção na primeira célula durante a queda da pilha e o intervalo de tempo Δt_3 corresponde à interrupção na segunda célula. O intervalo de tempo entre o fim da interrupção na célula superior e o início da interrupção na célula inferior é Δt_2 (figura 4).

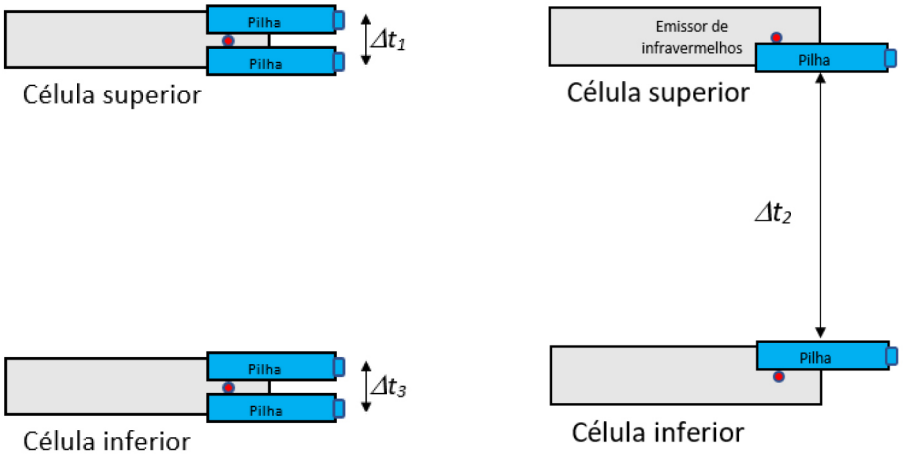
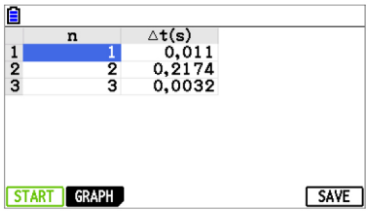
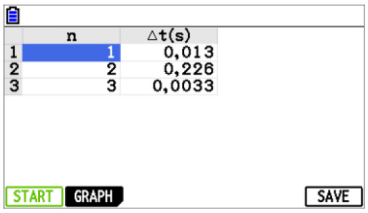
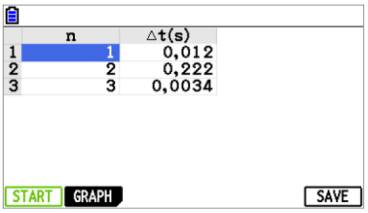


Figura 4 – Intervalos de tempo Δt_1, Δt_2 e Δt_3 .

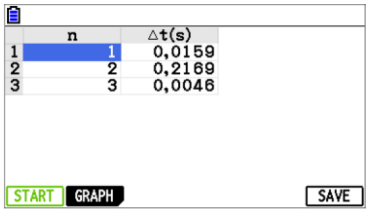
Os resultados de três ensaios com a pilha AAA foram os seguintes:

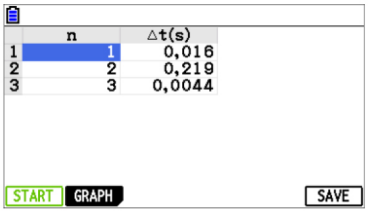


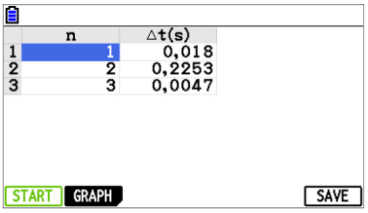




Os resultados de três ensaios com a pilha AA estão registados nos ecrãs abaixo.







7 - Tratamento dos dados

As caraterísticas das pilhas e da célula fotoelétrica são as seguintes:

- Diâmetro da pilha AAA, $D_{AAA} = (10{,}20 \pm 0{,}02)$ mm;
- Diâmetro da pilha AA, $D_{AA} = (14{,}40 \pm 0{,}02)$ mm;
- Massa da pilha AAA, $m_{AAA} = (11 \pm 1)$ g;
- Massa da pilha AA, $m_{AA} = (23 \pm 1)$ g.

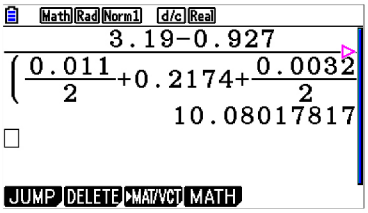
A incerteza de leitura da célula fotoelétrica é 0,0001 s.

A aceleração é calculada a partir do quociente da variação da velocidade pelo intervalo de tempo que o centro de massa da pilha demora a deslocar-se do feixe da célula superior ao feixe da célula inferior $(\frac{\Delta t_1}{2} + \Delta t_2 + \frac{\Delta t_3}{2})$. Os cálculos apresentados abaixo mostram como se determinam, para o ensaio 1 da pilha AAA, as velocidades e a aceleração.

$$\Delta t_1 = 0{,}0110\ \text{s}\ ;\ v_{inicial} = \frac{D_{AAA}}{\Delta t_1} = \frac{10{,}20 \times 10^{-3}\ \text{m}}{0{,}0110\ \text{s}} = 0{,}927\ \text{m s}^{-1}$$

$$\Delta t_3 = 0{,}0032\ \text{s}\ ;\ v_{final} = \frac{D_{AAA}}{\Delta t_3} = \frac{10{,}20 \times 10^{-3}\ \text{m}}{0{,}0032\ \text{s}} = 3{,}19\ \text{m s}^{-1}$$

$$a = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{(\frac{\Delta t_1}{2} + \Delta t_2 + \frac{\Delta t_3}{2})} = \frac{3{,}19 - 0{,}927}{(\frac{0{,}0110}{2} + 0{,}2174 + \frac{0{,}0032}{2})} = 10{,}1\ \text{m s}^{-2}$$



O valor da aceleração é $10\ \text{m s}^{-2}$, de acordo com os algarismos significativos.

Para os restantes ensaios o procedimento é semelhante.
Na tabela 1 estão registados os dados de todos os ensaios, bem como os valores calculados da aceleração e respetiva média para cada uma das pilhas.

Tabela 1 – Intervalos de tempo, aceleração e média da aceleração para cada uma das pilhas.

Pilha	Δt_1 / s	Δt_2 / s	Δt_3 / s	a / (m s^{-2})	$\bar{a}$ / (m s^{-2})
AAA	0,0110	0,2174	0,0032	10,1	9,8
	0,0130	0,2260	0,0033	9,85	
	0,0120	0,2220	0,0034	9,36	
AA	0,0159	0,2169	0,0046	9,79	9,9
	0,0160	0,2190	0,0044	10,4	
	0,0180	0,2253	0,0047	9,57	

Os erros relativos percentuais dos valores encontrados, relativamente ao valor teórico $9{,}8\ \text{m s}^{-2}$, são de 0,0%, para a pilha AA e de 1,0%, para a pilha AAA.

8 – Conclusões

Os valores obtidos para a aceleração estão muito próximos do valor tabelado (elevada exatidão).
As principais causas de erro desta atividade estão associadas às seguintes situações:

- A pilha não interrompe o feixe das células fotoelétricas pelo seu diâmetro;
- Incerteza associada à medição do diâmetro da pilha.

Comprova-se, dentro do erro experimental que, na queda livre, corpos com massas diferentes têm a mesma aceleração.

Método B

Neste método, o corpo utilizado na medição da aceleração gravítica é uma placa de acrílico com duas fitas adesivas opacas coladas nas extremidades.

3 – Material

- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 Placa de acrílico com duas fitas adesivas opacas coladas nas extremidades
- 1 Célula fotoelétrica (*photogate* BT63i)
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Cabo BT – IEEE1394 (cabo que liga a célula fotoelétrica ao CLAB)
- 1 Suporte universal
- 1 Noz
- 1 Craveira
- 1 Balança
- 1 Mola (opcional)
- Plasticina, ou outro material, para colar na placa de acrílico

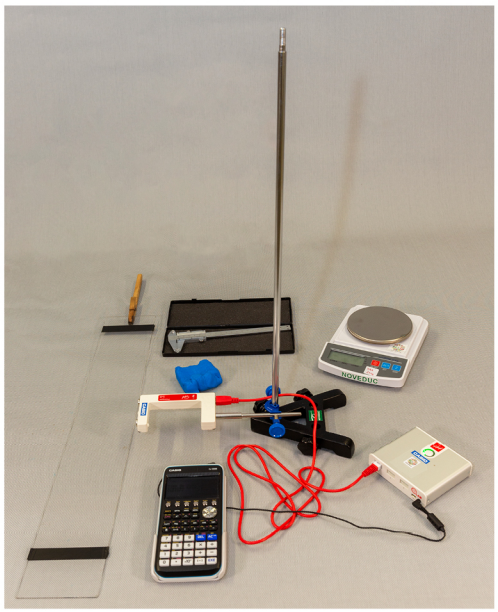
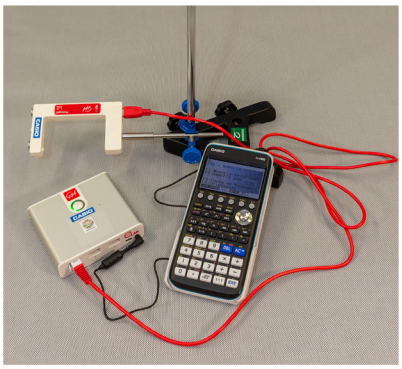
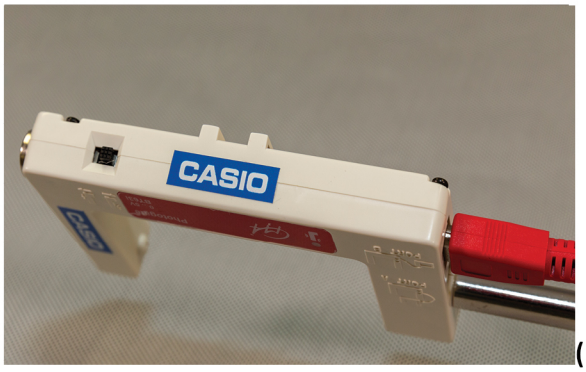


Figura 5 – Material para o método B.

4 – Montagem do material

O CLAB deve estar ligado à calculadora através do cabo SB-62. O cabo BT – IEEE1394 deve estar ligado à porta B da célula fotoelétrica e ao **canal 1** do CLAB (figura 6A).
O interruptor da célula fotoelétrica deve estar posicionado de forma que o feixe de luz interno esteja selecionado (figura 6B).


(A)


(B)

Figura 6 – (A) Montagem do material para o método B, (B) Pormenor da posição do interruptor (feixe de luz interno selecionado).

5 – Sugestões e notas gerais

- A placa deve ser largada com a fita adesiva inferior ligeiramente acima da célula fotoelétrica (figura 7).

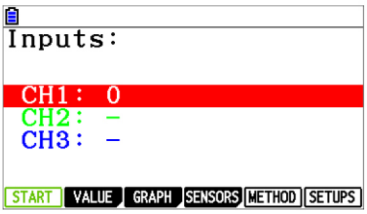


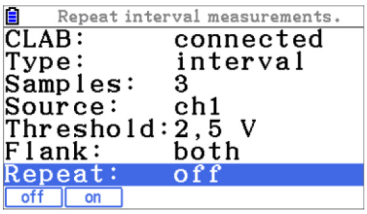
Figura 7 – Posição de largada da placa de acrílico.

- Deve evitar-se, durante a queda, que a placa tenha ligeiros movimentos de rotação. Se a placa rodar, o comprimento que vai interromper o feixe pode ser diferente da largura da fita.
- Para variar a massa do objeto em queda pode colar-se plasticina nas laterais ou na parte superior da placa.
- Os ensaios indicados no ponto 7, página 91 (tratamento dos dados obtidos), não foram realizados nas mesmas condições (a posição inicial do corpo varia ligeiramente). Deste modo, para cada ensaio calculou-se a aceleração e, posteriormente, fez-se a média das acelerações.

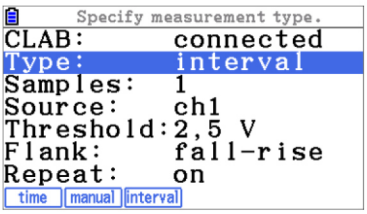
6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

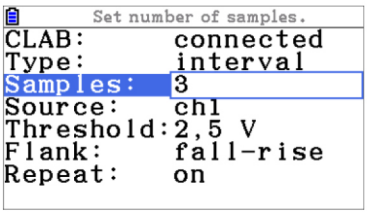
As configurações do método B são as mesmas do método A.
As configurações devem ser executadas em F5 (METHOD).

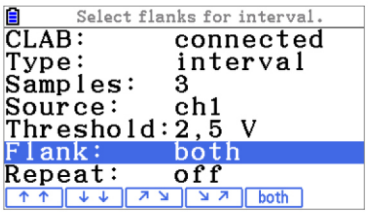




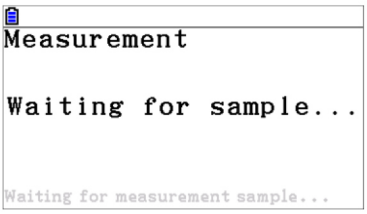
Pretende-se a recolha de intervalos de tempo de corte do feixe de luz da célula fotoelétrica, assim, a opção *Type* deve ser *interval.* Em amostras (*Samples*), solicitar 3 recolhas para se obter o tempo de passagem da primeira fita, o tempo entre fitas e o tempo de passagem da segunda fita. Na opção *Source* escolher o **canal 1** F2. Em *Flank* escolher *both* (F5) (consultar anexo 2 - Modalidades de recolha de dados com a célula fotoelétrica). A opção *Repeat* deve estar em F1 (*off*).



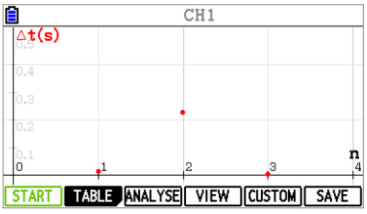




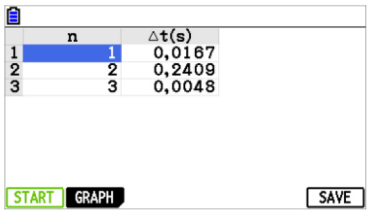
Depois de configurado, pressionar EXIT para regressar ao ecrã anterior. Para começar a recolha de dados deve pressionar F1 (START). O equipamento aguarda a recolha de dados, neste caso aguarda que a placa passe pelo feixe. Tenha em atenção que a primeira fita deve estar acima e o mais perto possível da célula fotoelétrica.



Após a queda da placa acrílica, é exibido um gráfico semelhante ao seguinte.



Para visualizar uma tabela com os tempos, pressionar F2 (TABLE).



O primeiro intervalo de tempo, Δt_1, corresponde à interrupção da primeira fita e o intervalo de tempo Δt_3 à interrupção da segunda fita. O intervalo de tempo entre as interrupções da célula fotoelétrica é Δt_2, de acordo com a figura 8, onde *L* representa a largura da fita.

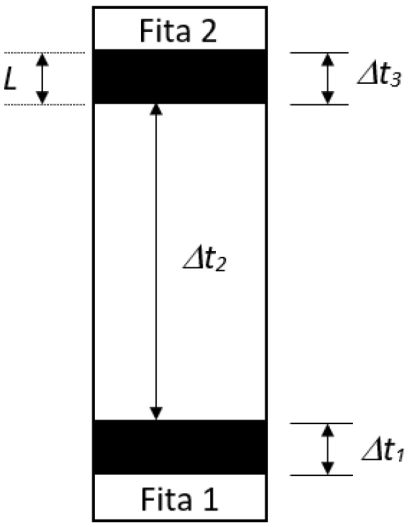


Figura 8 – Intervalos de tempo medidos na célula fotoelétrica.

7 - Tratamento dos dados

As caraterísticas da placa de acrílico e da célula fotoelétrica são as seguintes:

- Largura da fita da placa, $L = (16{,}62 \pm 0{,}02)$ mm;
- Massa da placa, $m = (108 \pm 1)$ g;
- A incerteza de leitura da célula fotoelétrica é 0,0001 s.

A aceleração é calculada a partir do quociente da variação da velocidade pelo intervalo de tempo de passagem dos centros das duas fitas pelo feixe da célula $(\frac{\Delta t_1}{2} + \Delta t_2 + \frac{\Delta t_3}{2})$. Os cálculos apresentados abaixo mostram como se determinam as velocidades e a aceleração.

$$\Delta t_1 = 0{,}0167 \text{ s} \; ; \; v_{inicial} = \frac{L}{\Delta t_1} = \frac{16{,}62 \times 10^{-3} \text{ m}}{0{,}0167 \text{ s}} = 0{,}995 \text{ m s}^{-1}$$

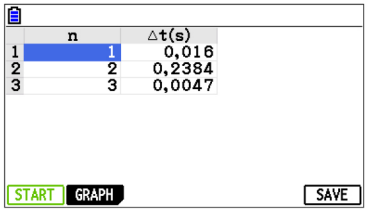
$$\Delta t_3 = 0{,}0048 \text{ s} \; ; \; v_{final} = \frac{L}{\Delta t_3} = \frac{16{,}62 \times 10^{-3} \text{ m}}{0{,}0048 \text{ s}} = 3{,}46 \text{ m s}^{-1}$$

$$a = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{(\frac{\Delta t_1}{2} + \Delta t_2 + \frac{\Delta t_3}{2})} = \frac{3{,}46 - 0{,}995}{(\frac{0{,}0167}{2} + 0{,}2409 + \frac{0{,}0048}{2})} = 9{,}80 \text{ m s}^{-2}$$

O valor da aceleração é 9,8 m s^{-2}, de acordo com os algarismos significativos.

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

Repetiu-se o procedimento colando plasticina à placa de acrílico. A massa da placa passou a ser de 160 g.
O ecrã abaixo mostra os dados recolhidos num dos ensaios.



O valor da aceleração é

$$a = \frac{\frac{L}{\Delta t_3} - \frac{L}{\Delta t_1}}{\left(\frac{\Delta t_1}{2} + \Delta t_2 + \frac{\Delta t_3}{2}\right)} = \frac{\frac{16{,}62 \times 10^{-3}}{0{,}0047} - \frac{16{,}62 \times 10^{-3}}{0{,}0160}}{\left(\frac{0{,}0160}{2} + 0{,}2384 + \frac{0{,}0047}{2}\right)} = 10{,}0 \text{ m s}^{-2}$$

O valor da aceleração é 10 m s^{-2}, de acordo com os algarismos significativos.

Na tabela 2 estão registados os dados de todos os ensaios efetuados, bem como os valores obtidos para a aceleração, e respetiva média, para placas de massas diferentes.

Tabela 2 – Intervalos de tempo, aceleração e média da aceleração para cada uma das placas.

Massa da placa /g	Δt_1 / s	Δt_2 / s	Δt_3 / s	a / (m s^{-2})	$\bar{a}$ / (m s^{-2})
108	0,0167	0,2409	0,0048	9,80	9,8
	0,0160	0,2414	0,0047	9,92	
	0,0151	0,2412	0,0047	9,70	
160	0,0160	0,2384	0,0047	10,0	10
	0,0149	0,2383	0,0046	10,1	
	0,0170	0,2430	0,0048	9,79	

Os erros relativos percentuais dos valores encontrados, relativamente ao valor teórico 9,8 m s^{-2}, são de 0,0%, para a placa de menor massa e 2,0%, para a placa de maior massa.

8 – Conclusões

Os valores obtidos para a aceleração estão muito próximos do valor tabelado (elevada exatidão).
As principais causas de erro desta atividade estão associadas às seguintes situações:

- A fita não interrompe o feixe da célula fotoelétrica pela sua largura;
- Incerteza associada à medição da largura da fita.

Comprova-se, dentro do erro experimental que, na queda livre, corpos com massas diferentes têm a mesma aceleração.

AL 11F 1.2 - Forças nos movimentos retilíneos acelerado e uniforme

1 – Aprendizagens Essenciais

Investigar, experimentalmente, o movimento de um corpo quando sujeito a uma resultante de forças não nula e nula, formulando hipóteses, avaliando procedimentos interpretando os resultados e comunicando as conclusões.

2 – Objetivos (com base nas metas curriculares revogadas pelo Despacho n.º 6605-A/2021)

1 - Identificar as forças que atuam sobre um carrinho que se move num plano horizontal.
2 - Medir intervalos de tempo e velocidades.
3 - Construir um gráfico da velocidade em função do tempo, identificando tipos de movimento.
4 - Concluir qual é o tipo de movimento do carrinho quando a resultante das forças que atuam sobre ele passa a ser nula.
5 - Explicar, com base no gráfico velocidade-tempo, se os efeitos do atrito são ou não desprezáveis.

3 – Material

- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 Sensor de movimento (BT55i)
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Calha
- 1 Carrinho
- 1 Roldana de baixo atrito
- 1 Suporte com massas marcadas (corpo suspenso)
- 1 Balança (caso pretenda medir as massas do corpo suspenso e das massas marcadas)
- 1 Nível
- Fio inextensível e de massa desprezável

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

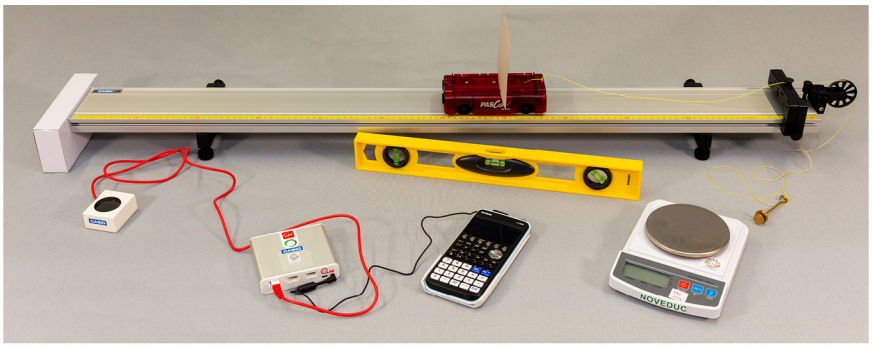
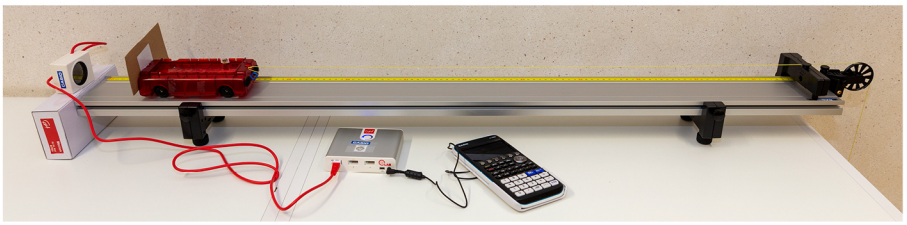


Figura 1 – Material necessário para a atividade.

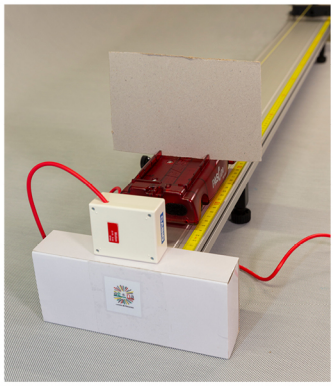
4 – Montagem do material

Ligar os instrumentos de acordo com as seguintes indicações (figura 2A):

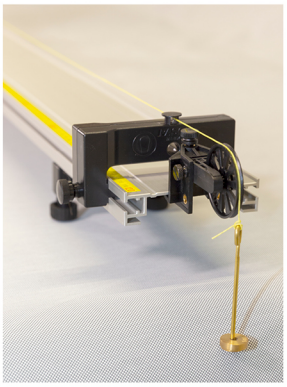
- O CLAB liga à calculadora através do cabo SB-62;
- O cabo do sensor de movimento deve estar ligado ao canal 1 do CLAB.



(A)



(B)



(C)

Figura 2 – Montagem do material. (A) Vista de perfil da calha, (B) Disposição do sensor de movimento e do carrinho, (C) Disposição da roldana e do suporte de massas marcadas.

5 – Sugestões e notas gerais

- A distância mínima do sensor ao carrinho é de 15 cm e o alcance máximo é de 6 m.
- O sensor emite som enquanto está em funcionamento.
- A incerteza absoluta de leitura do sensor é de 0,001 m.
- Nesta atividade é necessário obter gráficos com um elevado número de pontos. Para o efeito podem utilizar-se frequências entre 20 Hz a 30 Hz (preferencialmente 20 Hz).
- Se as rodas do carrinho tiverem baixo atrito, o corpo suspenso (suporte + massas marcadas) não deve ter massa muito elevada. Há o perigo do carrinho ganhar muita velocidade e de danificar o equipamento. Nesta atividade utilizou-se um corpo suspenso de 20 g.
- A massa da roldana também deve ser baixa e o rolamento deve ter baixo atrito.

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

- O comprimento do fio deve permitir estudar o movimento do carrinho quando o fio está em tensão (movimento retilíneo uniformemente acelerado) e quando deixa de o estar (movimento retilíneo uniforme ou quase). Sugere-se que exista um tipo de movimento na primeira metade da calha e outro tipo na segunda metade.
- A calha deve estar nivelada.
- Os dados recolhidos nesta atividade podem ser utilizados na AL 11F 1.3, página 111.
- Os diagramas de forças que atuam no carrinho na primeira parte do movimento (tensão não nula) e na segunda parte (tensão nula), constam na figura 3. Nestes diagramas desprezou-se a força de atrito.

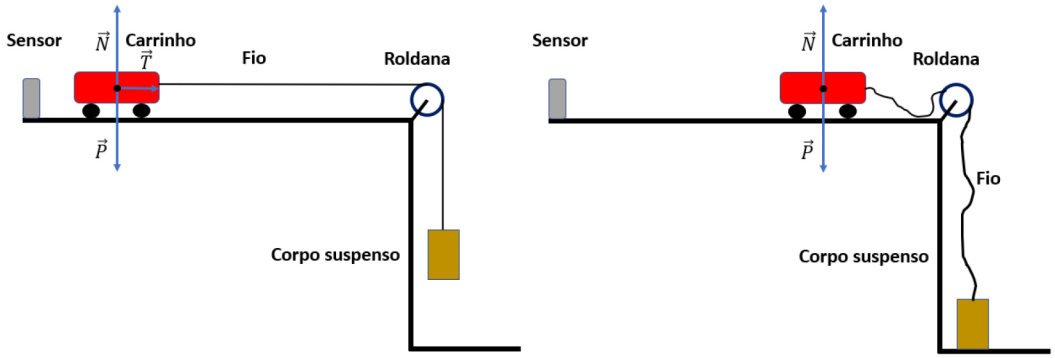
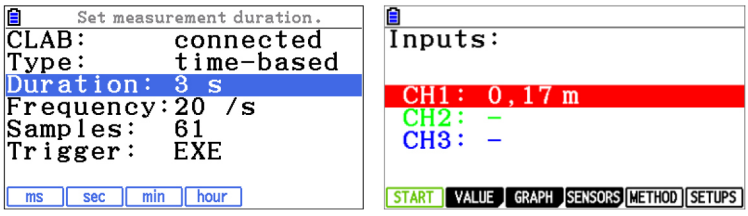


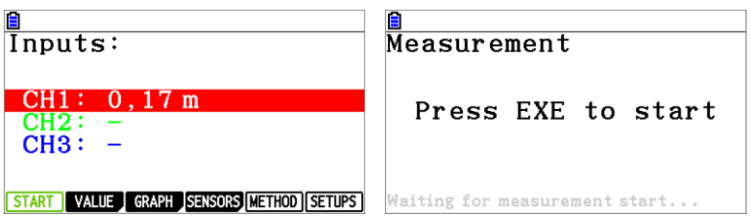
Figura 3 – Diagramas de forças que atuam no carrinho.

6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

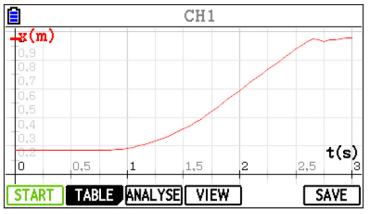
Com o sensor de movimento ligado à porta 1 (CH1) do CLAB e o CLAB ligado à calculadora através do cabo SB-62, configurar a atividade em [F5] (METHOD).
Pretende-se obter a posição em função do tempo, pelo que a opção *Type* deve ser *time-based*. Colocar o cursor sobre *Type* e pressionar [F1] (*time*). Para alterar a *Duration*, *Frequency* e *Sample*, deve-se colocar o cursor em cima destas opções, pressionar [EXE] e introduzir o valor. Solicitar que a duração da atividade seja de 3 s e que a frequência seja de 20/s. O programa indica, automaticamente, o número de amostras, 61. O *Trigger* pode ter a opção EXE ([F5]) ativa. Depois de executar estas configurações, pressionar [EXIT].



Pressionar [F1] (START). Colocar o carrinho a cerca de 20 cm do sensor, premir [EXE] para iniciar a recolha de dados e de seguida largar o carrinho.



O ecrã seguinte mostra um exemplo de um gráfico.

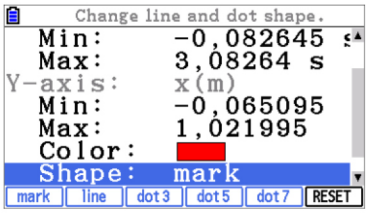


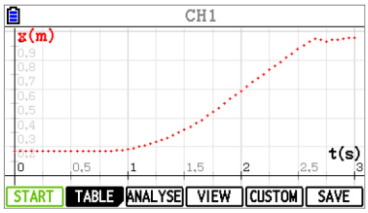
7 - Tratamento dos dados

As massas utilizadas nesta atividade foram as seguintes:

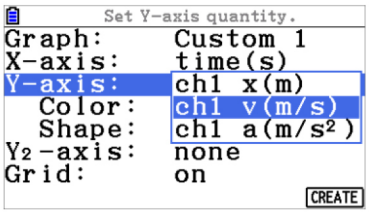
- Massa do corpo suspenso, $m_s = (20 \pm 1)$ g;
- Massa do carrinho, $m_C = (252 \pm 1)$ g.

Para obter um gráfico de pontos pressionar [F4] (VIEW) e na opção *Shape*, escolher *mark* ([F1]). É possível escolher o tamanho dos pontos em dot3 ([F3]), dot5 ([F4]) e dot7 ([F5]).

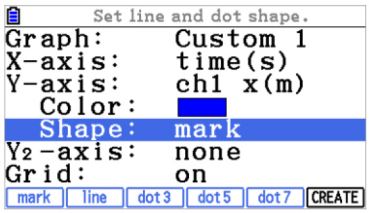




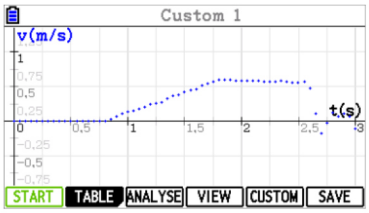
Para representar o gráfico da velocidade pressionar [F5] (CUSTOM). Na opção *Y-axis*, ao pressionar [EXE] surgem diversas opções. Escolher *ch1 v(m/s)*. Em *Color* e *Shape* é possível mudar a cor e o tamanho dos pontos.



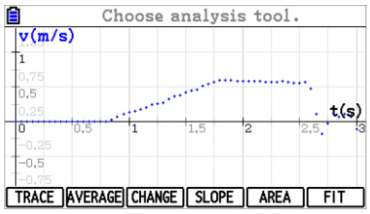




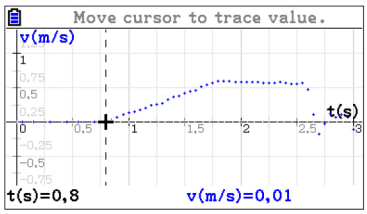
Depois de terminar as configurações para o gráfico da velocidade pressionar [F6] (CREATE) e o gráfico surge no ecrã da calculadora.

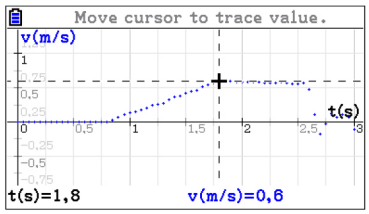


Para obter velocidades e intervalos de tempo utilizar a opção TRACE ([F1]).

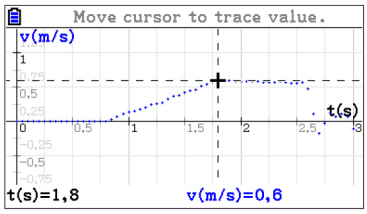


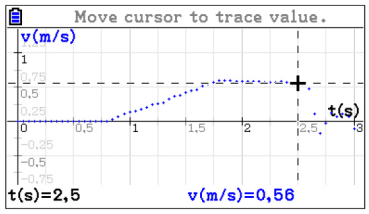
O intervalo de tempo correspondente à tensão não nula no fio é [0,8; 1,8] s (movimento retilíneo uniformemente acelerado). Ocorre a colisão do corpo suspenso com o solo no instante 1, 8 s.



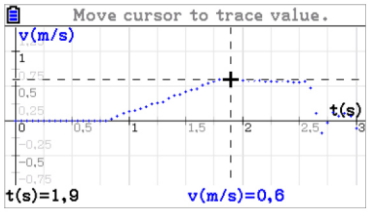


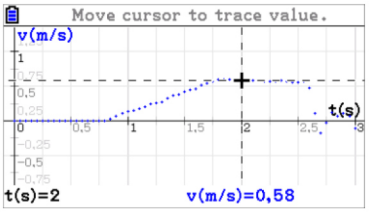
O intervalo de tempo correspondente a tensão nula no fio é [1,8; 2,5] s (movimento retilíneo uniforme ou retardado com baixa aceleração).

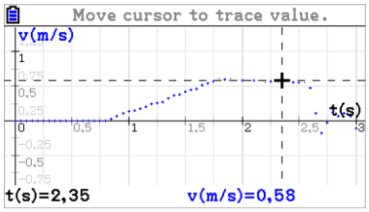




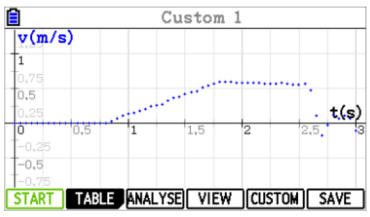
O valor da velocidade do carrinho no intervalo [1,8; 2,5] s é, aproximadamente, de 0,6 m s^{-1}.
[EXIT] para desativar o TRACE.

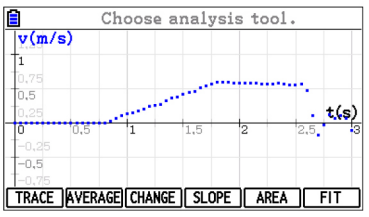


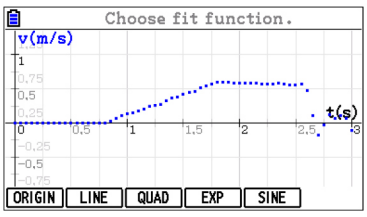




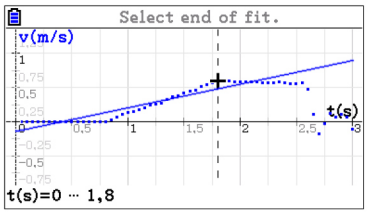
Podem obter-se regressões lineares, no gráfico da velocidade, para os vários movimentos. Para o efeito, pressionar [F3] (ANALYSE), seguido de [F6] (FIT) e escolher [F2] (LINE).

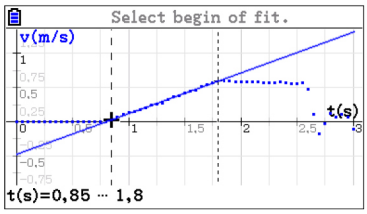


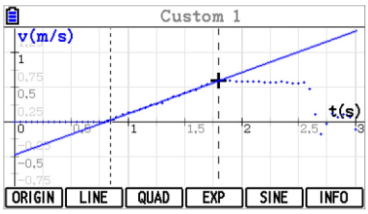




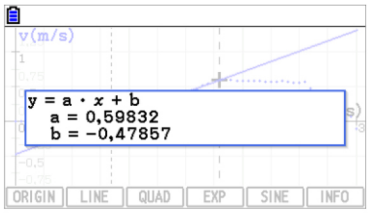
Usando as setas, ◀ ▶, deslocar o cursor para o último ponto do ramo do gráfico que se pretende selecionar e pressionar [EXE]. Deslocar o cursor para o início do ramo e pressionar [EXE]. Depois de definido o início e o fim, fazer [EXIT] e [F6] (INFO).



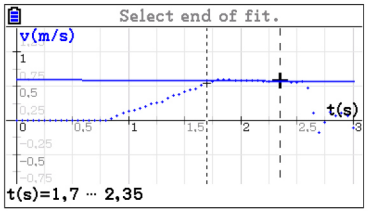


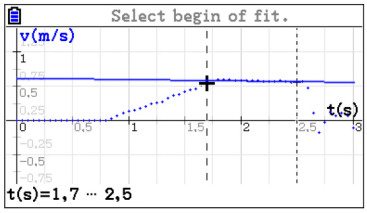


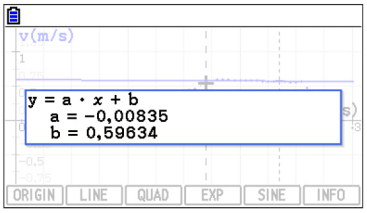
Obtém-se, assim, o valor de 0,598 m s^{-2} para a aceleração no ramo do gráfico que corresponde ao movimento retilíneo uniformemente acelerado.



Para o ramo do gráfico onde o valor da velocidade é aproximadamente constante, obteve-se a aceleração de -0,0084 m s^{-2}.







8 - Conclusões

A partir do gráfico velocidade-tempo identificam-se 2 tipos de movimentos. Na primeira metade da calha, quando o fio está em tensão, o movimento é retilíneo uniformemente acelerado e na segunda metade, quando o fio deixa de estar em tensão (resultante das forças que atuam sobre o carrinho é quase nula), o movimento é uniformemente retardado com uma aceleração muito baixa (quase retilíneo e uniforme). Na segunda parte do movimento, o baixo valor da aceleração deve-se ao reduzido valor da força de atrito.

Ainda que não seja um dos objetivos desta atividade, podemos comparar o valor previsto da aceleração, na primeira metade da calha, com o valor obtido experimentalmente. Desprezando a massa da roldana e as rotações na roldana e nas rodas do carrinho, demonstra-se que a aceleração do carrinho pode ser obtida a partir da seguinte equação

$$a = \frac{P_s}{(m_C + m_S)},$$

onde P_s é o peso do corpo suspenso. Substituindo os valores obtidos obtém-se uma aceleração de 0,72 m s^{-2}. O valor experimental terá de ser sempre inferior a este valor devido ao efeito da rotação e do atrito, que apesar de ser reduzido não é nulo. O valor obtido experimentalmente foi de 0,598 m s^{-2}. Quanto mais próximos estiverem esses valores menores serão os efeitos referidos.

AL 11F 1.3 – Movimento uniformemente variado: velocidade e deslocamento

1 – Aprendizagens Essenciais

Relacionar, experimentalmente, a velocidade e o deslocamento num movimento uniformemente variado, determinando a aceleração e a resultante das forças, avaliando procedimentos, interpretando os resultados e comunicando as conclusões.

2 – Objetivos (com base nas metas curriculares revogadas pelo Despacho n.º 6605-A/2021)

1 - Justificar que o movimento do bloco que desliza sobre um plano horizontal, acabando por parar, é uniformemente retardado.
2 - Obter a expressão que relaciona o quadrado da velocidade e o deslocamento de um corpo com movimento uniformemente variado, a partir das equações da posição e da velocidade em função do tempo.
3 - Concluir que num movimento uniformemente retardado, em que o corpo acaba por parar, o quadrado da velocidade é diretamente proporcional ao deslocamento, e interpretar o significado da constante de proporcionalidade.
4 - Medir massas, comprimentos, tempos, distâncias e velocidades.
5 - Construir o gráfico do quadrado da velocidade em função do deslocamento, determinar a equação da reta de regressão e calcular a aceleração do movimento.
6 - Determinar a resultante das forças de atrito que atuam sobre o bloco a partir da Segunda Lei de Newton.

Método A

Neste método, um bloco é largado de várias posições (A, B, C, D, E, …) de uma calha flexível, desliza sobre a mesma, atinge a posição F com velocidade v_0 e desloca-se ao longo da superfície horizontal, acabando por parar na posição G (figuras 1 e 2).



Figura 1 – Esquema do método A.

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

3 – Material

- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 Célula fotoelétrica (*photogate* BT63i)
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Cabo BT – IEEE1394 (cabo que liga a célula fotoelétrica ao CLAB)
- 1 Calha (utilizou-se uma calha *Legrand* 60x20 mm, de 2 m de comprimento)
- 1 Bloco de madeira com uma tira opaca na parte superior (pino de largura *L*) e com um prego no interior
- 2 Suportes universais
- 2 Nozes
- 1 Varão metálico para apoiar a calha
- 1 Fita métrica
- 1 Balança
- 1 Craveira
- Fita cola de dupla face para colar a tira ao bloco de madeira e fixar a calha na mesa

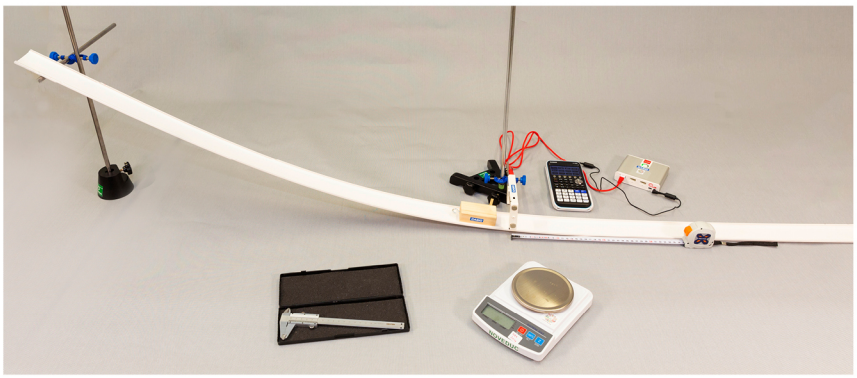


Figura 2 – Material necessário para a atividade (método A).

4 – Montagem do material

O CLAB deve estar ligado à calculadora através do cabo SB-62 (figuras 2 ou 3).
O cabo BT – IEEE1394 liga à porta B da célula fotoelétrica (figura 4A) e ao **canal 1** do CLAB.
O interruptor da célula fotoelétrica deve estar posicionado de forma que o feixe de luz interno esteja selecionado (figura 4B).

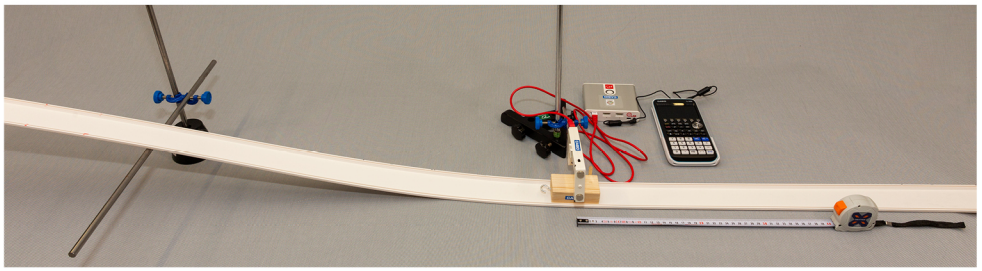
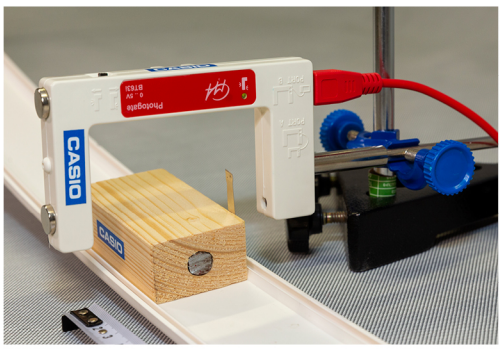
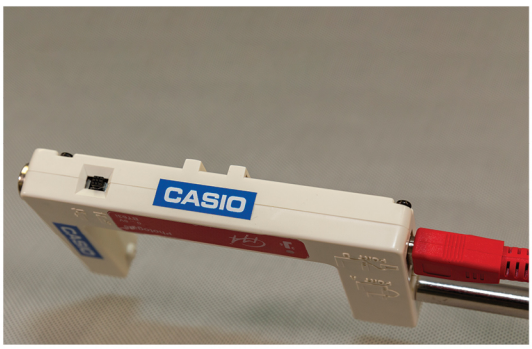


Figura 3 – Montagem do material.



(A)



(B)

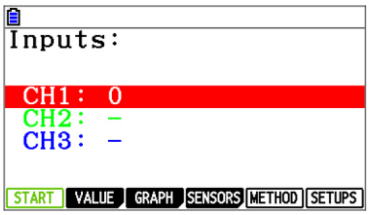
Figura 4 – (A) Montagem da célula fotoelétrica. (B) Pormenor da posição do interruptor (feixe de luz interno selecionado).

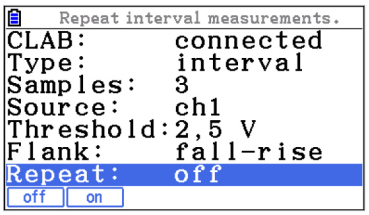
5 – Sugestões e notas gerais

- A célula fotoelétrica deve estar sobre a calha, numa posição que assegure que o bloco esteja na horizontal quando a tira interrompe o feixe.
- A célula fotoelétrica deve ser montada perpendicularmente ao plano horizontal.
- A inclinação da rampa deve ser a adequada para o bloco não perder o contacto com a calha durante o movimento.
- O bloco deve ser largado (sem velocidade inicial) em cada um dos ensaios.
- As dimensões do bloco devem ser as adequadas para a calha. O bloco da figura 4A tem (8 cm) x (4,3 cm) x (2,7 cm).
- Para cada posição de largada do bloco no plano inclinado (no mínimo cinco), realizar três ensaios concordantes.
- Designando-se por v_0 a velocidade do bloco no ponto F (velocidade inicial na superfície horizontal) e por d, a distância de travagem (módulo do deslocamento), demonstra-se a partir das equações das posições e das velocidades, que $v_0^2 = 2a\,d$, sendo a o módulo da aceleração do bloco.
- Na determinação das velocidades será utilizada a equação para o movimento retilíneo uniforme ($v_0 = \frac{L}{\Delta t}$). Como o Δt de passagem da tira é muito pequeno considera-se que a velocidade do corpo se mantém praticamente constante durante a passagem.

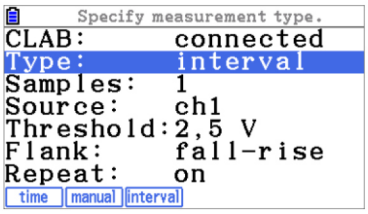
6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

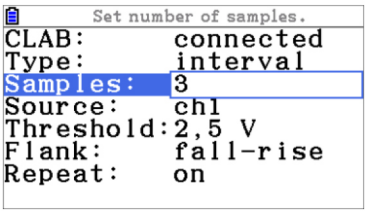
As configurações devem ser executadas em F5 (METHOD).

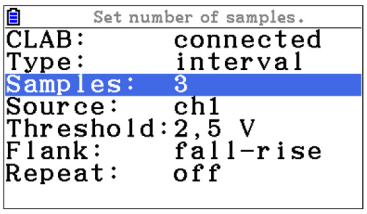




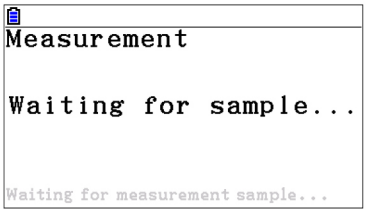
Pretende-se a recolha de intervalos de tempo de corte do feixe de luz da célula fotoelétrica, assim, a opção *Type* deve ser *interval.* Colocar o cursor sobre esta opção (*Type*) e escolher F3 (*interval*). Em amostras (*Samples*), solicitar 3 recolhas (3 passagens). Na opção *Source* escolher o **canal 1** F2. Em *Flank* escolher *fall-rise* (F4) (consultar anexo 2 - Modalidades de recolha de dados com a *fotogate*, página 201). A opção *Repeat* pode estar em F1 (*off*).



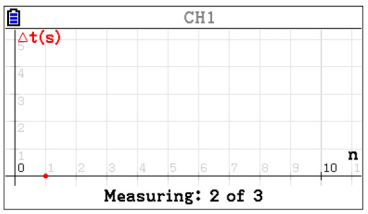


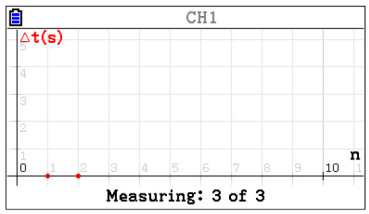


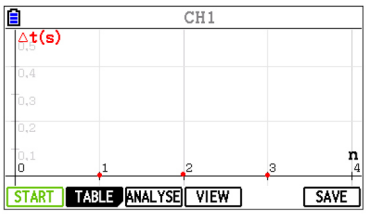
Regressar ao ecrã anterior EXIT e pressionar F1 (*Start*).



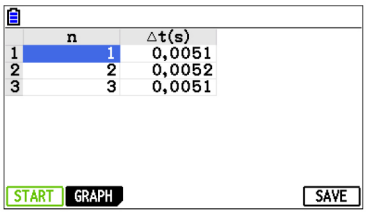
Largar o bloco da posição A. Ao passar pela célula fica registado um ponto. Deve registar manualmente (em papel) a distância de travagem (*d*). Repetir o processo mais duas vezes.







No final pressionar F2 (TABLE). É exibido uma tabela com os valores do tempo de cada passagem. Para voltar a recolher dados pressionar F1 (START).



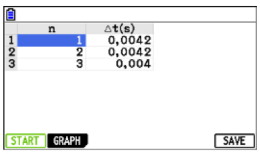
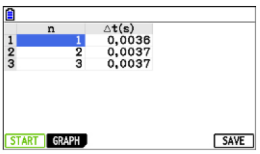
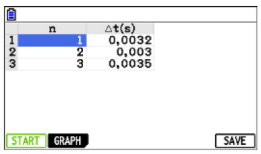
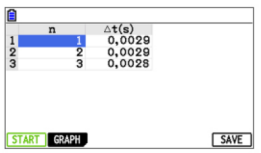
A tabela 1 mostra os tempos de passagem da tira opaca pela célula fotoelétrica e a distância de travagem quando o bloco é largado da posição A.

Tabela 1 – Tempos de passagem da tira opaca pela célula fotoelétrica e distância de travagem.

Posição	Ensaio (n)	Δt / s	d / m
A	1	0,0051	0,210
	2	0,0052	0,205
	3	0,0051	0,203

O processo é idêntico para as posições B, C, D, e E (tabela 2).

Tabela 2 – Tempos de passagem da tira opaca pela célula fotoelétrica quando o bloco é largado das posições B, C, D e E.

Posição B	Posição C	Posição D	Posição E
			

7 - Tratamento dos dados

As características do material utilizado foram as seguintes:

- Largura da tira opaca (obtida com a craveira), $L = (6{,}00 \pm 0{,}02)$ mm;
- Incerteza de leitura da célula fotoelétrica 0,0001 s;
- Massa do bloco, $m = (80 \pm 1)$ g.

A tabela 3 mostra os tempos de passagem da tira pela célula fotoelétrica, a distância de travagem quando o bloco é largado das posições A, B, C, D e E e as respetivas médias.

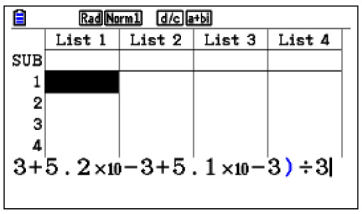
Tabela 3 – Tempos de passagem da tira pela célula fotoelétrica, distâncias de travagem quando o bloco é largado das posições A, B, C, D e E e as respetivas médias.

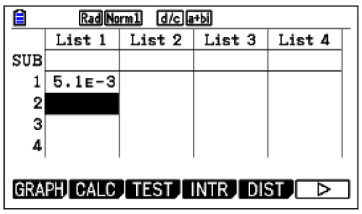
Posição	Δt / s	d / m	$\overline{\Delta t}$ / s	$\overline{d}$ / m
A	0,0051	0,210	5,1 x 10^{-3}	0,206
	0,0052	0,205		
	0,0051	0,203		
B	0,0042	0,295	4,1 x 10^{-3}	0,298
	0,0042	0,300		
	0,0040	0,300		
C	0,0036	0,408	3,7 x 10^{-3}	0,404
	0,0037	0,405		
	0,0037	0,400		
D	0,0032	0,525	3,2 x 10^{-3}	0,523
	0,0030	0,530		
	0,0035	0,515		
E	0,0029	0,635	2,9 x 10^{-3}	0,640
	0,0029	0,635		
	0,0028	0,650		

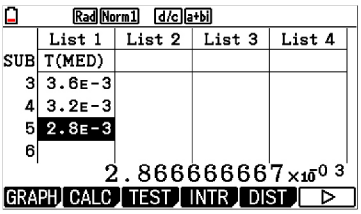
O valor da velocidade do bloco (v_0), quando começa a percorrer a distância de travagem, d, obtém-se a partir do quociente entre a largura da tira (L) e a média dos tempos de passagem da tira pela célula fotoelétrica ($v_0 = \frac{6{,}00 \times 10^{-3}}{\bar{\Delta}t}$).

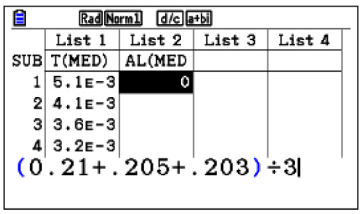
Para construir o gráfico do quadrado da velocidade inicial do bloco em função da distância de travagem, os valores das médias dos tempos de passagem e das distâncias devem ser

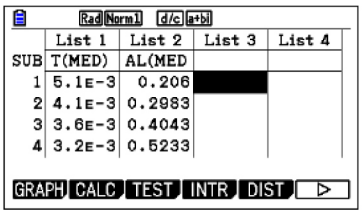
colocados nas listas do menu da estatística. A média aritmética pode ser feita diretamente em cada célula de uma lista, conforme é apresentado abaixo.



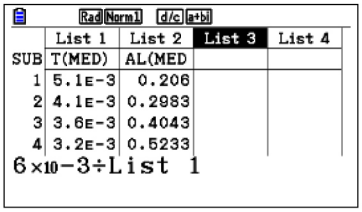


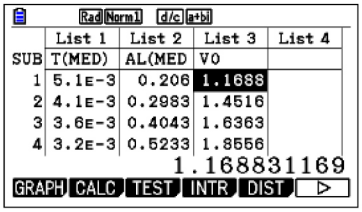




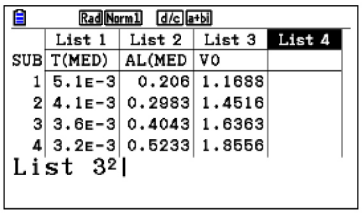


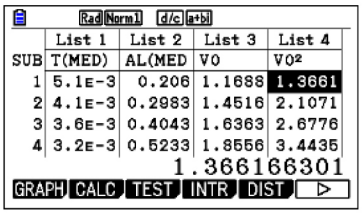
Para calcular o valor da velocidade inicial colocar o cursor sobre a lista 3 e escrever [6] [×10^x] [−] [3] [÷] [SHIFT] [1] [1] [EXE] ($\frac{6{,}00\times10^{-3}}{\text{List 1}}$).



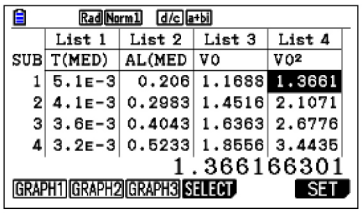


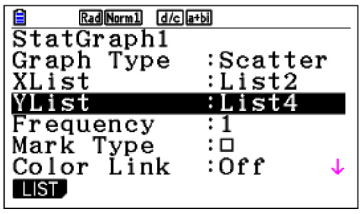
Para calcular o quadrado da velocidade colocar o cursor sobre a lista 4 e escrever *List* 3^2 ([SHIFT] [1] [3] [x^2]).



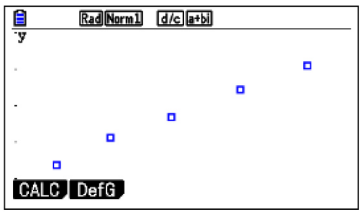


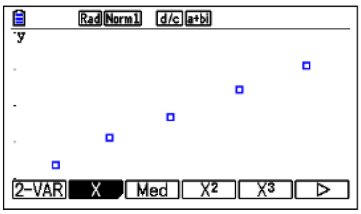
Solicitar o gráfico de v_0^2 em função da distância de travagem, d. Pressionar [F1](GRAPH) e definir o gráfico em [F6](SET). Em X*List* definir a lista 2 e em Y*List* definir a lista 4. Regressar ao ecrã anterior [EXIT] e pressionar [F1].

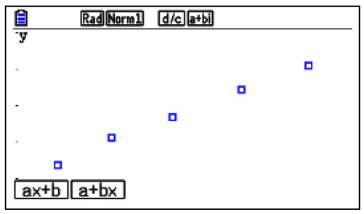




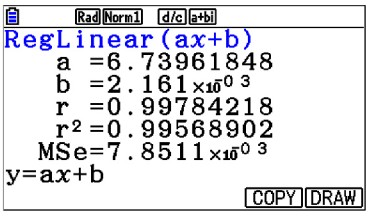
O gráfico de dispersão é apresentado no ecrã. Pressionar [F1](CALC) para calcular a regressão linear. Escolher [F2](X) e [F1](ax+b).







Os parâmetros da regressão linear são exibidos.



Os valores das listas da calculadora estão indicados na tabela 4.

Tabela 4 –Valores calculados exibidos nas listas da calculadora.

Posição	$\overline{\Delta t}$ / s	$\overline{d}$ / m	v_0 / (m s^{-1})	v_0^2 / (m^2 s^{-2})
A	5,1 x 10^{-3}	0,206	1,17	1,37
B	4,1 x 10^{-3}	0,298	1,45	2,11
C	3,7 x 10^{-3}	0,404	1,64	2,68
D	3,2 x 10^{-3}	0,523	1,86	3,44
E	2,9 x 10^{-3}	0,640	2,09	4,38

A equação da reta que se ajusta aos dados experimentais do gráfico do quadrado do valor da velocidade, v_0^2, em função da distância de travagem, d, é $v_0^2 = 6{,}74d + 0{,}00216$ (SI).
A partir dos parâmetros da regressão e da equação, $v_0^2 = 2a\,d$, conclui-se que o valor da aceleração do movimento é metade do declive da reta de ajuste, $a = \frac{6{,}74}{2} = 3{,}4\ \text{m s}^{-2}$. A ordenada na origem que aparece na equação tem um valor próximo de zero e resulta de erros experimentais.
A intensidade da resultante das forças de atrito é

$$F_\text{a} = F_\text{R} = m\,a = 0{,}080 \times 3{,}4 = 0{,}27\ \text{N}.$$

7 - Conclusões

A partir do coeficiente de correlação da equação da reta de regressão, pode verificar-se que o quadrado do valor da velocidade inicial é diretamente proporcional à distância percorrida pelo bloco sobre o plano horizontal.
Verifica-se, experimentalmente, que quando o mesmo bloco desliza numa segunda calha com maior rugosidade na parte horizontal (a partir do ponto F), o gráfico do quadrado da velocidade inicial do bloco em função da distância de travagem tem maior declive, isto é, apresenta uma aceleração de travagem superior.
Nesta atividade, algumas causas de erro podem estar associadas às seguintes situações:

- O bloco ter uma pequena velocidade inicial nas posições A, B, C, D e E e não ser largado exatamente nessas posições em cada um dos três ensaios;
- A célula fotoelétrica não estar perpendicular à calha;
- O bloco tocar nas partes laterais da calha;
- As trajetórias do bloco podem variar ligeiramente quando este é largado da mesma posição;
- O zero da fita métrica pode não estar alinhado com o feixe da célula fotoelétrica (figura 3).

Método B

De acordo com as aprendizagens essenciais, o movimento também pode ser uniformemente acelerado. Assim, neste método, relaciona-se experimentalmente a velocidade e o deslocamento numa queda livre. Para o efeito, larga-se uma placa com uma fita opaca a várias distâncias, *d*, de uma célula fotoelétrica (figura 5).

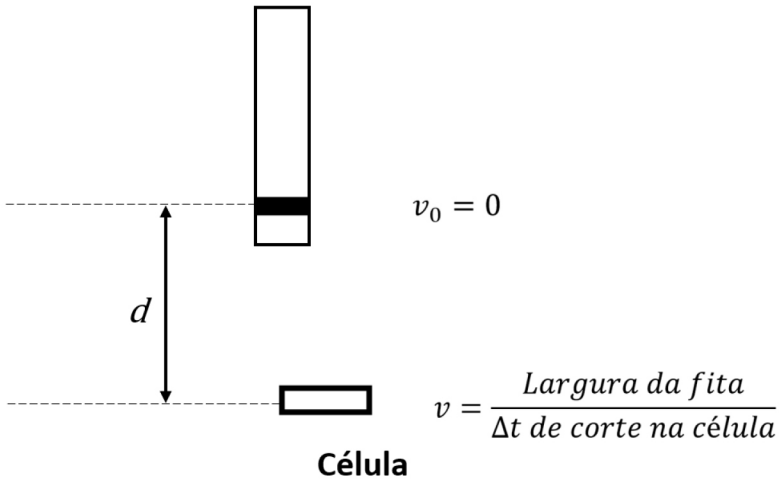


Figura 5 – Esquema do método B.

3 – Material

- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 Célula fotoelétrica (*photogate* BT63i)
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Cabo BT – IEEE1394 (cabo que liga a célula fotoelétrica ao CLAB)
- 1 Suporte universal
- 2 Nozes
- 1 Varão metálico para definir o ponto de queda
- 1 Fita métrica
- 1 Craveira
- 1 Placa de acrílico com uma fita adesiva opaca, de largura *L*, numa das extremidades

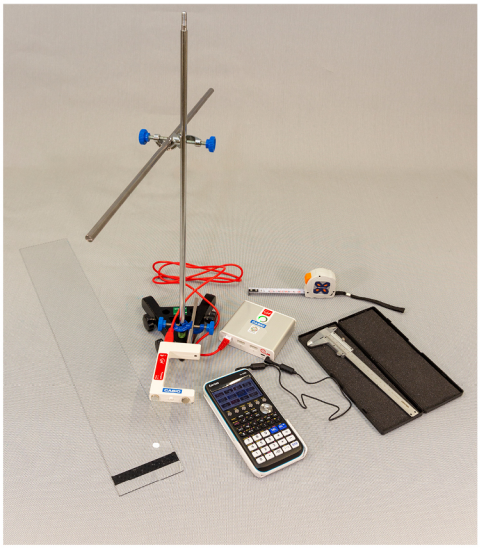


Figura 6 – Material necessário para a atividade (método B).

4 – Montagem do material

O CLAB deve estar ligado à calculadora através do cabo SB-62 (figura 6).
O cabo BT – IEEE1394 liga à porta B da célula fotoelétrica e ao **canal 1** do CLAB (figuras 6 ou 7).
O interruptor da célula fotoelétrica deve estar posicionado de forma que o feixe de luz interno esteja selecionado (figura 4B).

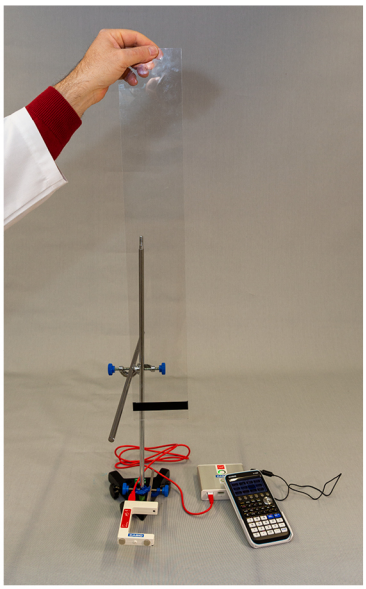


Figura 7 – Montagem do material.

5 – Sugestões e notas gerais

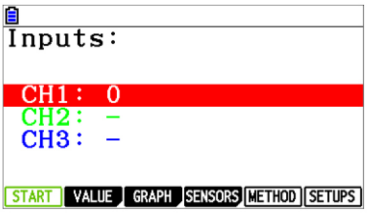
- Deve existir uma marca de modo que quando se repetem os ensaios a posição de largada da fita seja, aproximadamente, a mesma. Para o efeito utilizou-se um varão horizontal fixo ao suporte universal.

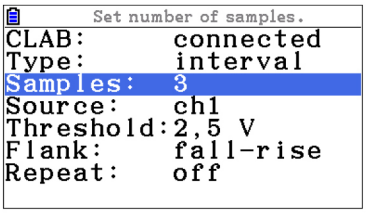
José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

- Deve evitar-se, durante a queda, que a placa tenha ligeiros movimentos de rotação. Se a placa rodar, o comprimento que vai interromper o feixe da célula fotoelétrica pode ser diferente da largura da fita.
- Para cada posição de largada da placa (no mínimo cinco) realizar três ensaios.
- Designando-se por v a velocidade da fita quando passa na célula fotoelétrica e por d a distância percorrida pela fita, desde a posição de largada $(v_0 = 0)$ até à célula, demonstra-se a partir das equações das posições e das velocidades, que $v^2 = 2a\,d$, sendo a o módulo da aceleração da fita.
- Na determinação das velocidades será utilizada a equação para o movimento retilíneo uniforme ($v = \frac{L}{\Delta t}$). Como o Δt é muito pequeno considera-se que a velocidade do corpo se mantém praticamente constante.

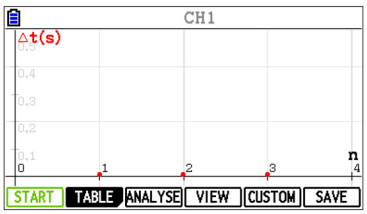
6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

Para definir as configurações deste método, deve ir a [F5] (METHOD). Para mais pormenor, consultar o procedimento do método A, página 99. Usar as definições indicadas no ecrã abaixo. Iniciar a recolha de dados [F1] (START).

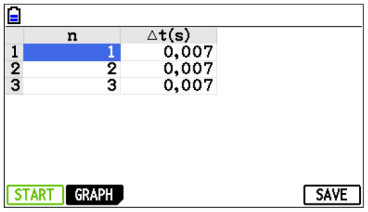


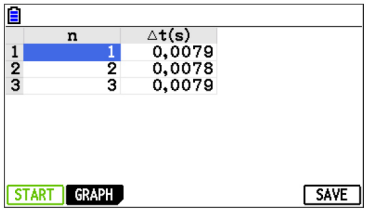


Efetuar três recolhas para a mesma posição de largada. Sempre que um valor é registado é marcado no gráfico um ponto. No final das três recolhas, é exibido um gráfico.



Para visualizar os tempos de interrupção, pressionar [F2] (TABLE). Os ecrãs seguintes apresentam dois exemplos de recolhas.





A tabela 5 resume todos os ensaios efetuados.

Tabela 5 – Tempos de interrupção na célula fotoelétrica para as várias posições de largada da placa.

d /m	Δt / s
0,440	0,0055
	0,0056
	0,0056
0,390	0,0059
	0,0060
	0,0060
0,330	0,0067
	0,0065
	0,0065
0,270	0,0070
	0,0070
	0,0070
0,224	0,0079
	0,0078
	0,0079

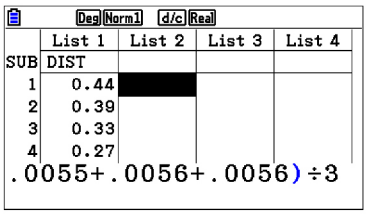
7 - Tratamento dos dados

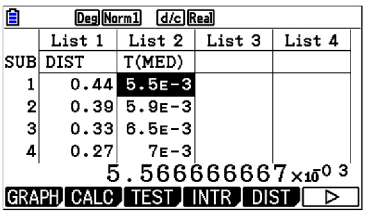
As características do material utilizado foram as seguintes:

- Largura da tira opaca (obtida com a craveira), $L = (17{,}00 \pm 0{,}02)$ mm;
- Incerteza de leitura da célula fotoelétrica 0,0001 s;
- Massa da placa, $m = (112 \pm 1)$ g.

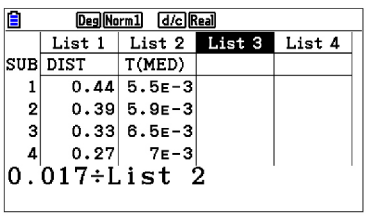
Os ecrãs abaixo mostram algumas etapas da obtenção das médias dos tempos, do módulo da velocidade ($v = \frac{L}{\Delta t} = \frac{17{,}00\times10^{-3}}{\Delta t}$) e do quadrado da velocidade.

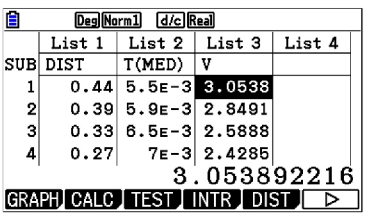
As diversas células da lista 2 vão conter a média aritmética dos tempos de interrupção, Δt. As médias podem ser feitas diretamente em cada célula.



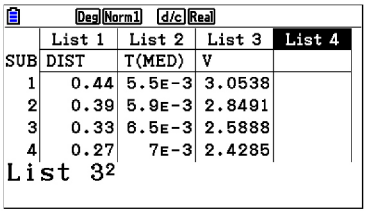


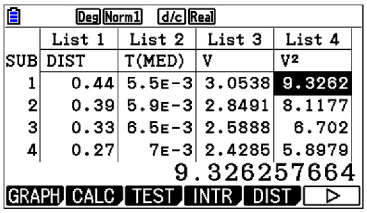
A lista 3 vai conter a velocidade. A velocidade é calculada, colocando o cursor sobre a lista 3, escrevendo [0] [•] [0] [1] [7] [÷] [SHIFT] [1] [2] [EXE] ($v = \frac{L}{\Delta t} = \frac{17{,}00\times10^{-3}}{\Delta t} = \frac{0{,}01700}{List\ 2}$).





A lista 4 vai conter v^2. Com o cursor em cima da lista 4, escrever *List* 3^2 ([SHIFT] [1] [3] [x^2] [EXE]).



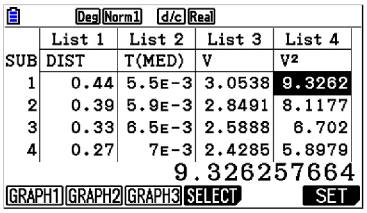


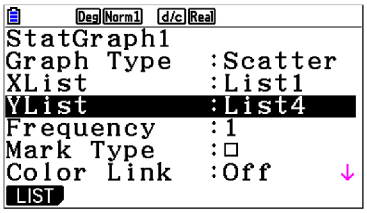
Os valores das listas da calculadora estão indicados na tabela 6.

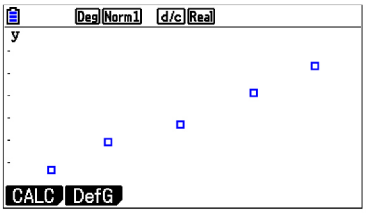
Tabela 6 – Valores que constam nas listas da calculadora.

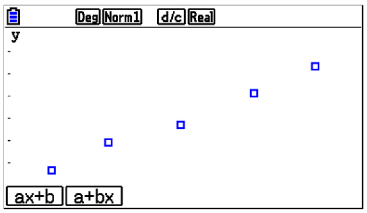
d /m	Δt / s	$\overline{\Delta t}$ / s	v / (m s^{-1})	v^2 / (m^2 s^{-2})
0,440	0,0055	0,0056	3,05	9,33
	0,0056			
	0,0056			
0,390	0,0059	0,0060	2,85	8,12
	0,0060			
	0,0060			
0,330	0,0067	0,0066	2,59	6,70
	0,0065			
	0,0065			
0,270	0,0070	0,0070	2,43	5,90
	0,0070			
	0,0070			
0,224	0,0079	0,0079	2,15	4,67
	0,0078			
	0,0079			

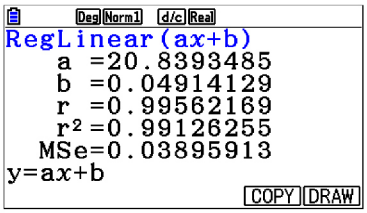
Para desenhar o gráfico de dispersão do quadrado da velocidade da fita, quando passa na célula, em função da distância percorrida, desde a posição de largada até à célula, deve ir a F1 (GRAPH) e em F6 (SET), configurar as listas para os respetivos eixos. Regressar ao ecrã anterior e pressionar F1 (GRAPH1). O gráfico é apresentado no ecrã. Pressionar F1 (CALC) para calcular a regressão. Escolher F2 (X) e F1 (ax+b). Os parâmetros da regressão linear são exibidos.











A equação da reta que se ajusta aos dados experimentais do gráfico do quadrado da velocidade, v^2, em função da distância percorrida, d, é $v^2 = 20{,}8d + 0{,}05$ (SI).

A partir dos parâmetros da regressão e da equação, $v^2 = 2a\,d$, obtém-se o valor da aceleração do movimento. O valor é metade do declive da reta de ajuste,

$$a = \frac{20{,}8}{2} = 10{,}4\ \text{m s}^{-2}.$$

A intensidade da resultante das forças é

$$F_\text{a} = F_\text{R} = m\,a = 0{,}112 \times 10{,}4 = 1{,}16\ \text{N}.$$

8 – Conclusões

A equação da reta de ajuste aos dados experimentais do gráfico do quadrado da velocidade, v^2, em função da distância percorrida, d, aproxima-se do previsto no modelo teórico (o quadrado do valor da velocidade é diretamente proporcional à distância percorrida pela placa). O valor obtido para a aceleração ($10{,}4\ \text{m s}^{-2}$) é próximo do valor da aceleração gravítica ($9{,}8\ \text{m s}^{-2}$).

Nesta atividade, algumas causas de erro podem estar associadas às seguintes situações:

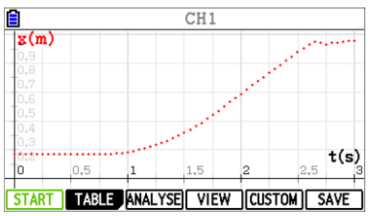
- A placa, durante a queda, pode rodar ligeiramente e o comprimento que vai interromper o feixe da célula fotoelétrica pode ser diferente da largura da fita;
- Incerteza na medição da largura da fita;
- A placa ter uma pequena velocidade inicial e não ser largada, exatamente, da posição pretendida.

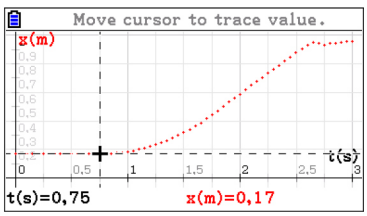
9 – Outra possível situação a explorar

Utilização dos dados da AL 11F 1.2 para uma atividade complementar

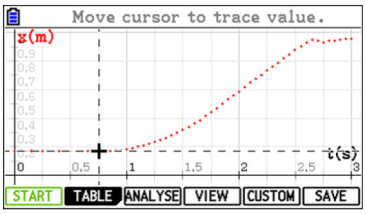
Na atividade AL 11F 1.2 (página 93) verificou-se que na primeira metade da calha, quando o fio está em tensão, o movimento é retilíneo uniformemente acelerado. Os dados recolhidos nesta atividade podem ser utilizados para relacionar o quadrado da velocidade e o deslocamento num movimento uniformemente acelerado ($v^2 = 2a\,d$).

No gráfico da posição em função do tempo pressionar F3 (ANALYSE) e F1 (TRACE) para encontrar a distância do carrinho ao sensor no momento em que este foi largado (0,17 m).

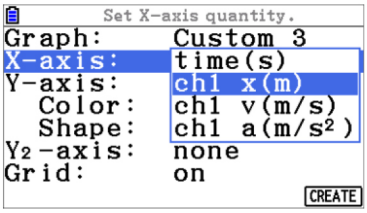


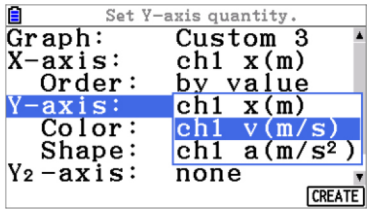


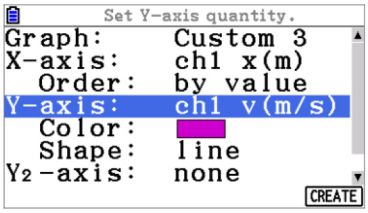
De seguida, solicitar o gráfico da velocidade em função da posição. Pressionar F5 (CUSTOM).



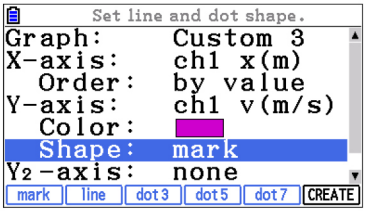
Em *X-axis* pressionar [EXE] e uma caixa de opções surge no ecrã. Escolher *ch1 x(m)*.
Em *Y-axis* pressionar [EXE] e uma caixa de opções surge no ecrã. Escolher *ch1 v(m/s)*.

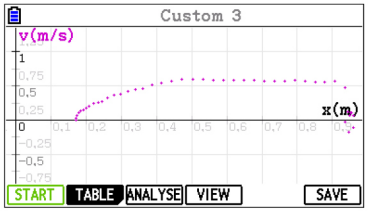




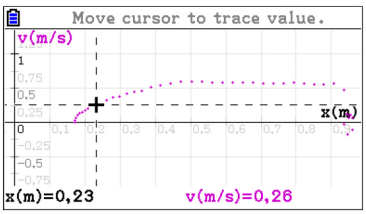


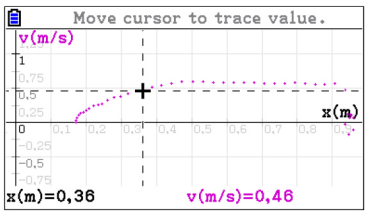
O ideal é que surja um gráfico de pontos, assim na opção *Shape*, escolher [F1] (*mark*).
Para criar um novo gráfico, pressionar [F6] (CREATE).

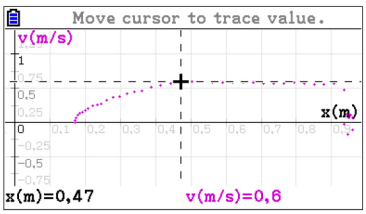




Para obter as coordenadas de alguns pontos usar o TRACE. Pressionar [F3] (ANALYSE) e [F1] (TRACE). Escolher alguns pontos e criar uma tabela.





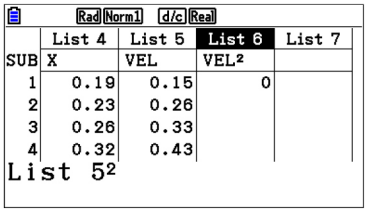


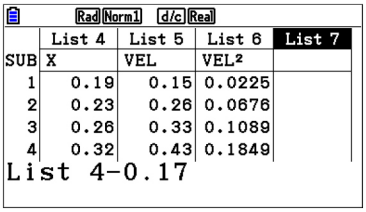
A tabela 7 mostra a posição do carrinho, x, a velocidade em cada posição, v, o quadrado da velocidade, v^2, e a distância percorrida, d. A distância, d, percorrida pelo carrinho é x-0,17, onde 0,17 corresponde à posição de largada do carrinho.

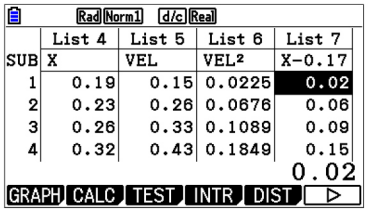
Tabela 7 – Posição, velocidade, quadrado da velocidade e distância percorrida pelo carrinho.

x / m	v / (m s^{-1})	v^2 / (m^2 s^{-2})	d / m
0,19	0,15	0,023	0,02
0,23	0,26	0,068	0,06
0,26	0,33	0,109	0,09
0,32	0,43	0,185	0,15
0,36	0,46	0,212	0,19
0,39	0,52	0,270	0,22
0,47	0,60	0,360	0,30

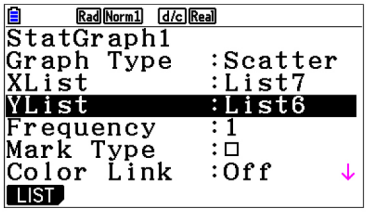
Introduzir os valores da tabela na calculadora. Na lista 4 colocar o valor da posição do carrinho e na lista 5 introduzir os valores da velocidade. A lista 6 vai conter v^2, isto é, $List\ 5^2$. Na lista 7 calcula-se a subtração da lista 4 com 0,17 m.

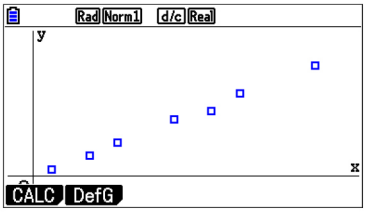


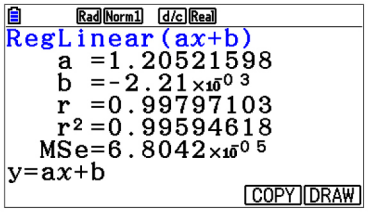




Solicitar o gráfico de v^2 (lista 6) em função da distância percorrida pelo carrinho (lista 7). Depois de desenhado o gráfico, calcular a regressão linear e obter os parâmetros da mesma.







Comparando o declive da regressão anterior com a equação, $v^2 = 2a\ d$, o valor obtido para a aceleração é 0,60 m s^{-2}, semelhante ao obtido na atividade AL 11F 1.2.

Notas

APSA 11F 1.4 - Movimento retilíneo uniformemente variado

1 – Aprendizagens Essenciais

Determinar, experimentalmente, a aceleração da gravidade num movimento de queda livre, investigando se depende da massa dos corpos, avaliando procedimentos e comunicando os resultados.

Relacionar, experimentalmente, a velocidade e o deslocamento num movimento uniformemente variado, determinando a aceleração e a resultante das forças, avaliando procedimentos, interpretando os resultados e comunicando as conclusões (situação 2 do ponto 8 desta atividade).

2 – Material

- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 Sensor de movimento (BT55i)
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Suporte universal
- 1 Noz
- 2 Bolas, com massas e diâmetros diferentes
- 1 Balança



Figura 1 – Material necessário para a atividade.

3 – Montagem do material

Nesta atividade prática de sala de aula (APSA) pretende-se determinar a aceleração de uma bola quando é largada debaixo de um sensor de movimento, como mostra a figura 2.
Ligar os instrumentos de acordo com as seguintes indicações:

- O CLAB liga à calculadora através do cabo SB-62;
- O cabo do sensor de movimento deve estar ligado ao canal 1 do CLAB.

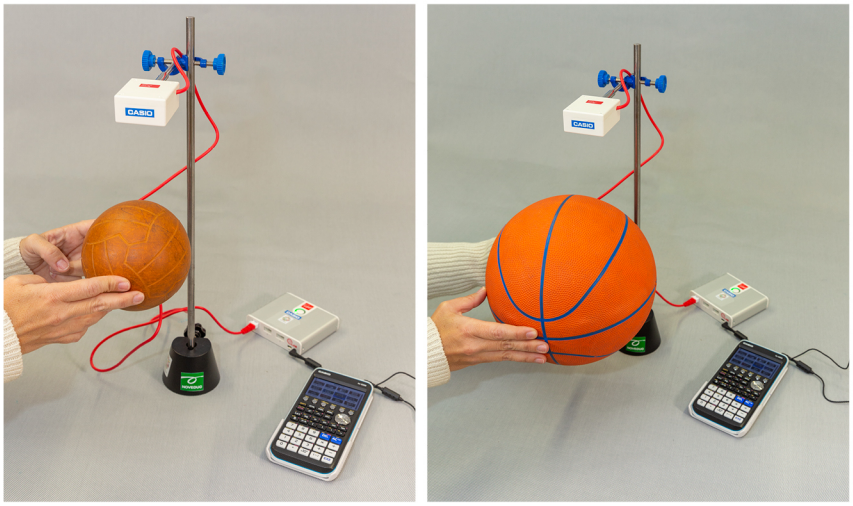


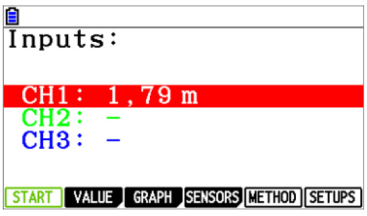
Figura 2 – Montagem do material.

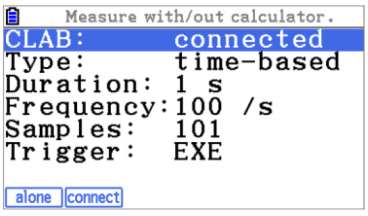
4 – Sugestões e notas gerais

- Nesta APSA aplica-se a lei do movimento uniformemente variado para determinar a aceleração de uma bola em queda aproximadamente livre.
- A bola deve ser largada a pelo menos 15 cm do sensor.
- A incerteza absoluta de leitura do sensor é de 0,001 m.
- Nesta atividade é necessário obter gráficos com um elevado número de pontos. Para o efeito deve utilizar-se uma frequência de 100 Hz.
- Como a bola tem tendência para se desviar do alinhamento vertical, devem utilizar-se alturas de queda menores para bolas de menor diâmetro.

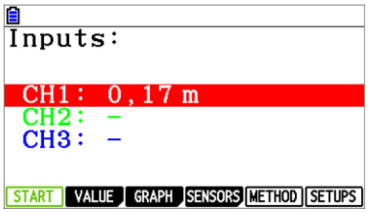
5 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

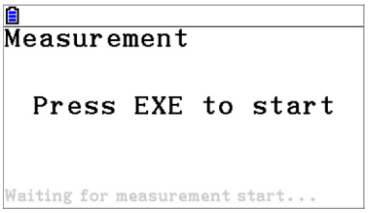
Com o sensor de movimento ligado à porta 1 (CH1) do CLAB e o CLAB ligado à calculadora usando o cabo SB-62, configurar a atividade em [F5] (METHOD).



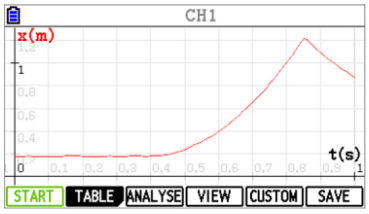
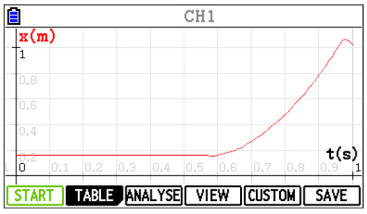


Regressar ao ecrã anterior, [EXIT], e pressionar [F1] (START). Colocar a bola a cerca de 20 cm do sensor, premir [EXE] para iniciar a recolha de dados e largar a bola. O procedimento é igual para ambas as bolas.



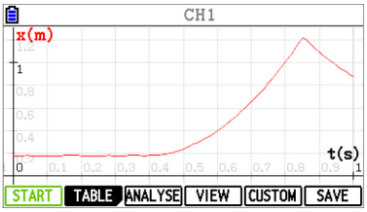


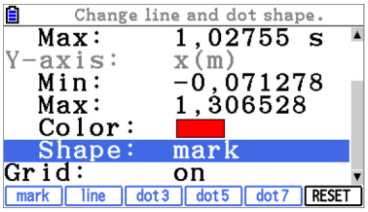
Os gráficos obtidos foram os seguintes:

Bola com maior diâmetro e maior massa	Bola com menor diâmetro e menor massa
	

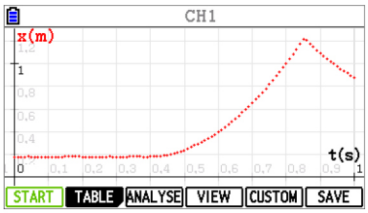
6 - Tratamento dos dados

Para uma melhor visualização da recolha de dados obtida, pressionar [F4] (VIEW) e na opção *Shape*, escolher *mark* ([F1]). Podemos escolher o tamanho dos pontos (dot3 ([F3]), dot5 ([F4]) ou dot7 ([F5])).

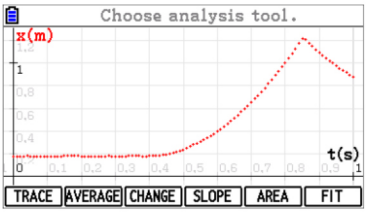


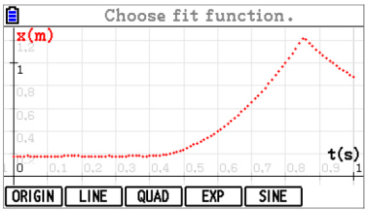


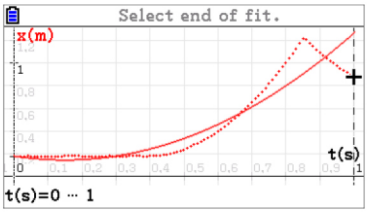
Ao fazer [EXIT], temos o gráfico desenhado com pontos.



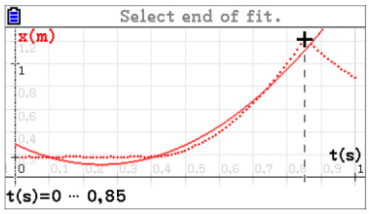
Solicitar uma regressão quadrática para a queda da bola. Pressionar [F3] (ANALYSE), [F6] (FIT) e [F3] (QUAD).

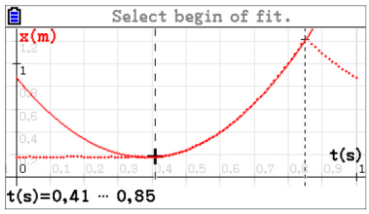


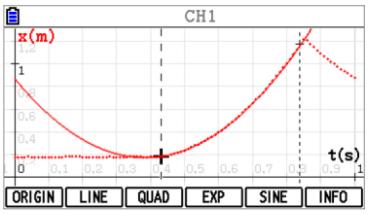




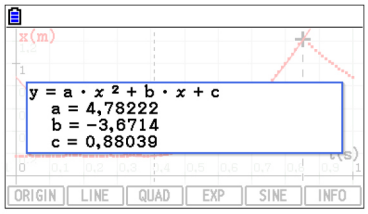
Selecionar o final da queda. Deslocar o cursor para o ponto onde a bola tocou no solo e pressionar [EXE]. Selecionar o início da queda, deslocando o cursor para o instante onde foi largada a bola. Depois de escolhidos os dois instantes, pressionar [EXE].



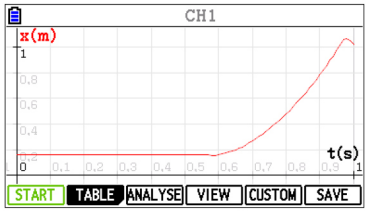


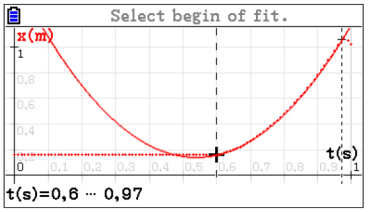


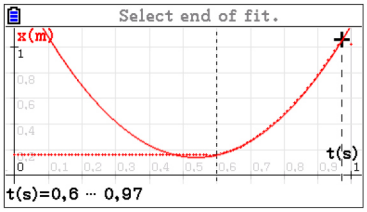
Após definir o início e o fim da queda pressionar [EXIT] e escolher [F6] (INFO). A expressão da regressão quadrática para aquele intervalo é exibida.

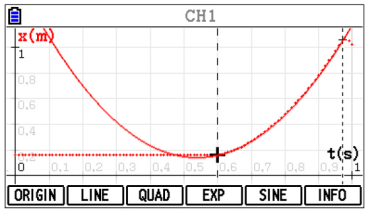


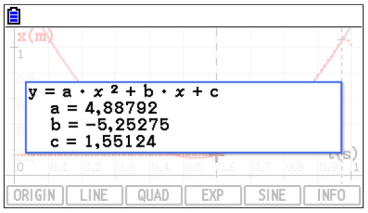
O tratamento dos dados para a bola de menor diâmetro é idêntico ao anterior. Os ecrãs seguintes mostram várias etapas desse tratamento.











7 - Conclusões

Comparando a lei do movimento com as regressões obtidas, os valores das acelerações determinam-se multiplicando o coeficiente ***a*** da regressão quadrática por dois. Para a bola de maior diâmetro a aceleração é de 2 x 4,78 = 9,56 m s^{-2} e para a de menor diâmetro é de 2 x 4,89 = 9,78 m s^{-2}.

O valor da aceleração obtida, na bola de menor diâmetro, está muito próximo do valor tabelado (elevada exatidão). No caso da bola de maior diâmetro parece haver algum efeito da resistência do ar.

8 – Outras possíveis situações a explorar

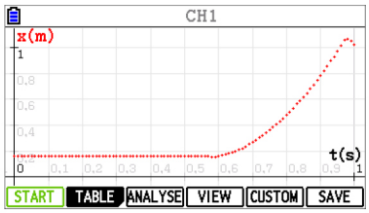
Situação 1

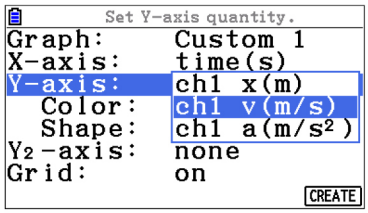
Determinação da aceleração a partir do declive da reta $v(t) = v_0 + a\,t$

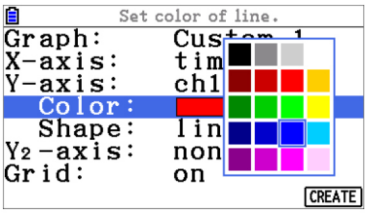
A aceleração também se pode obter através do declive da equação da velocidade

$$v(t) = v_0 + a\,t.$$

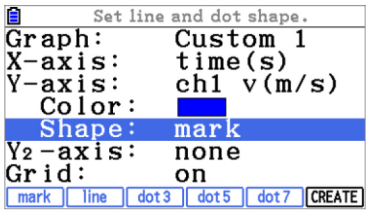
Obter o gráfico da velocidade e sobre esse gráfico solicitar uma regressão linear. Assim, em F4 (VIEW) e com o cursor sobre *Y-axis*, pressionar EXE e escolher *ch1 v(m/s)*. Selecionar uma cor em *Color* e, em *Shape*, indicar que se pretende um gráfico de pontos (*mark*).

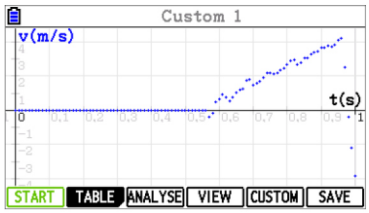




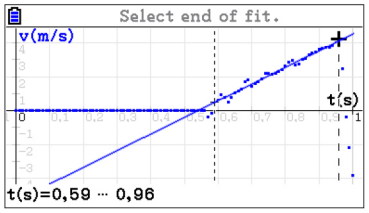


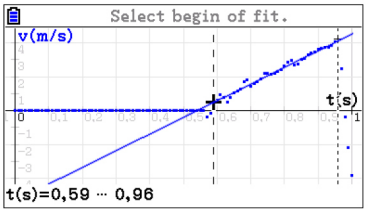
Pressionar F6 (CREATE), para criar um novo gráfico.

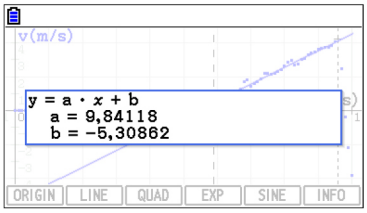




Para obter a regressão linear selecionar o fim e o início da queda.





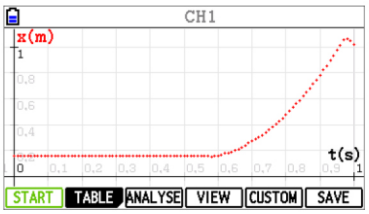


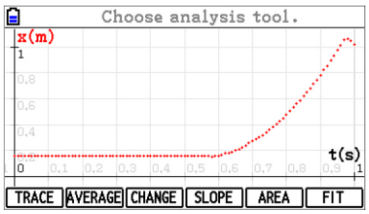
O valor obtido para a aceleração da bola de menor diâmetro é 9,84 m s^{-2}.

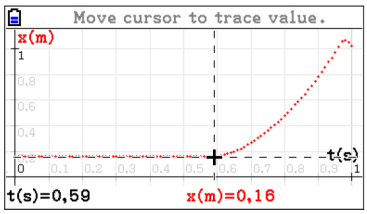
Situação 2

Determinação da aceleração a partir da equação $v^2 = 2a\,d$

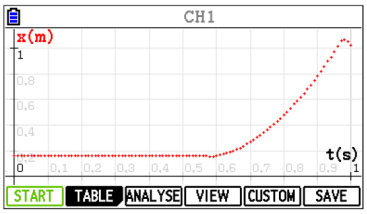
Tal como na atividade AL 11F 1.3 (página 99), também se pode relacionar a velocidade e o deslocamento num movimento uniformemente variado ($v^2 = 2a\,d$).
Depois de obter o gráfico da posição, pressionar F3 (ANALYSE) e F1 (TRACE) para encontrar a distância da bola ao sensor de movimento no instante em que foi abandonada (0,16 m).



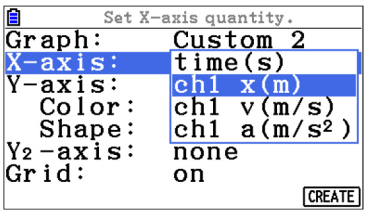


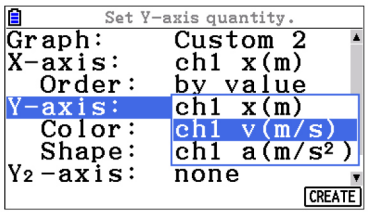


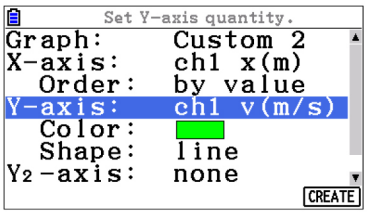
De seguida, criar o gráfico da velocidade em função da posição. Assim, pressionar F5 (CUSTOM).



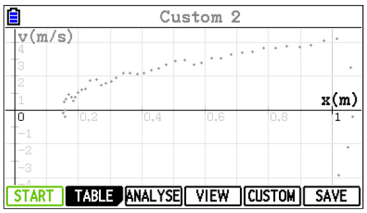
Em *X-axis* pressionar EXE e uma caixa de opções surge no ecrã. Escolher *ch1 x(m).* Em *Y-axis* pressionar EXE e uma caixa de opções surge no ecrã. Escolher *ch1 v(m/s).* Para criar um novo gráfico, pressionar F6 (CREATE).

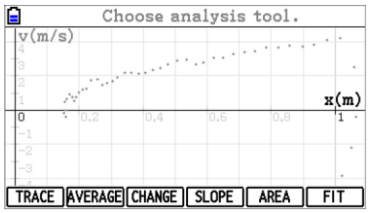


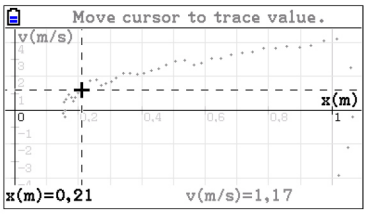


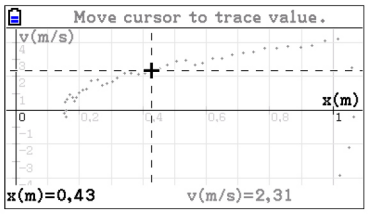


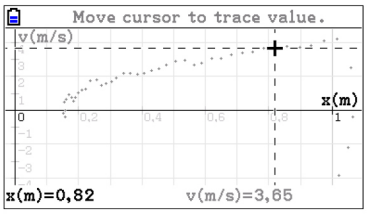
Para obter as coordenadas de alguns pontos usar o TRACE. Pressionar F3 (ANALYSE) e F1 (TRACE). Escolher alguns pontos e criar uma tabela.









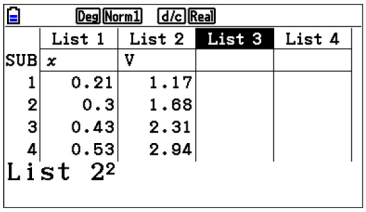


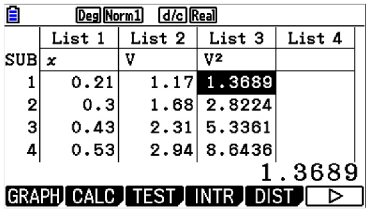
A distância percorrida pela bola, d, é x-0,16. A tabela 1 mostra a posição da bola, x, a velocidade em cada posição, v, o quadrado da velocidade e a distância percorrida, d.

Tabela 1 – Posição da bola, velocidade, quadrado da velocidade e distância percorrida em cada posição.

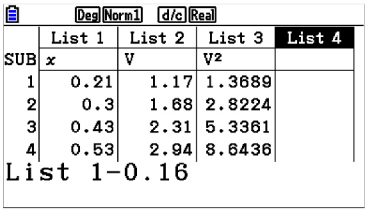
x / m	v / m s^{-1}	v^2 / (m^2 s^{-2})	d / m
0,21	1,17	1,37	0,05
0,30	1,68	2,82	0,14
0,43	2,31	5,34	0,27
0,53	2,94	8,64	0,37
0,68	3,28	10,76	0,52
0,86	3,74	13,99	0,7
0,97	4,11	16,89	0,81

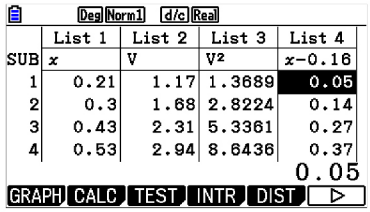
Os valores da tabela podem ser introduzidos na calculadora. Na lista 1 colocar o valor da posição da bola e na lista 2 colocar o valor da velocidade. A lista 3 vai conter v^2, isto é, a $List\ 2^2$.



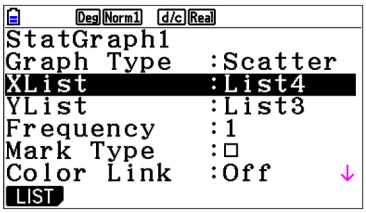


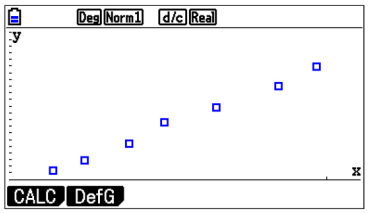
A lista 4 vai conter o valor da distância percorrida pela bola (x-0,16).

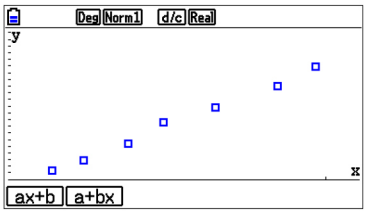


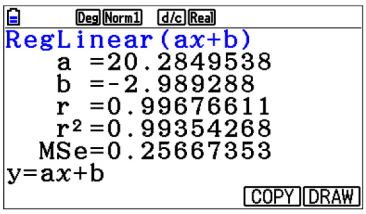


Solicitar o gráfico de v^2 (lista 3) em função da distância percorrida pela bola (x-0,16) (lista 4). Depois do gráfico desenhado, obter a regressão linear e visualizar os parâmetros da mesma.









Comparando com a equação, $v^2 = 2a\,d$, o valor obtido para a aceleração é 10,1 m s^{-2}.

O pequeno desvio deste valor, relativamente aos valores obtidos nos métodos anteriores (utilização das equações $x = x_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}a\,t^2$ e $v = v_0 + a\,t$), pode dever-se à utilização de um menor número de pontos utilizados na construção do gráfico.

Notas

AL 11F 2.1 – Características do som

1 – Aprendizagens Essenciais

Concluir, experimentalmente, sobre as características de sons a partir da observação de sinais elétricos resultantes da conversão de sinais sonoros, explicando os procedimentos e os resultados, utilizando linguagem científica adequada.

2 – Objetivos (com base nas metas curriculares revogadas pelo Despacho n.º 6605-A/2021)

1 - Identificar sons puros e sons complexos.
2 - Comparar amplitudes e períodos de sinais sinusoidais.
3 - Comparar intensidades e frequências de sinais sonoros a partir da análise de sinais elétricos.
4 - Medir períodos e calcular frequências dos sinais sonoros, compará-los com valores de referência e avaliar a sua exatidão.
5 - Identificar limites de audição no espetro sonoro.
6 - Medir comprimentos de onda de sons.

3 – Sugestão

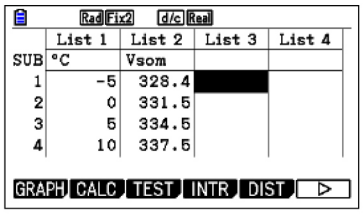
Sugere-se, antes da realização das atividades 11F 2.1 e 11F 2.2, a obtenção da equação da velocidade do som no ar (em m s^{-1}), em função da temperatura (em °C). Para o efeito podem ser utilizados os dados da tabela 1, obtidos em https://pt.wikipedia.org/wiki/Velocidade_do_som, para a determinação da regressão linear.

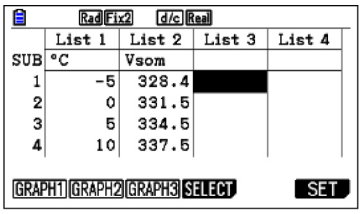
Tabela 1 – Velocidade do som no ar para temperaturas entre -5 °C e 30 °C.

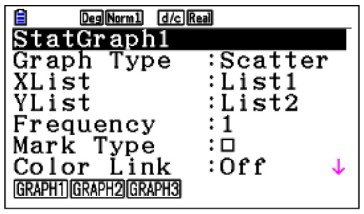
T / °C	v_{som} / (m s^{-1})
-5	328,4
0	331,5
5	334,5
10	337,5
15	340,5
20	343,4
25	346,3
30	349,2

Introduzir os valores nas listas 1 e 2 e pressionar F1 (GRAPH). Para configurar as listas no gráfico ir a F6 (SET) e escolher *Scatter*. Selecionar *List 1* para X*List* e *List 2* para Y*List*. EXIT para voltar ao ecrã anterior e F1 (GRAPH1) para desenhar o gráfico de dispersão.

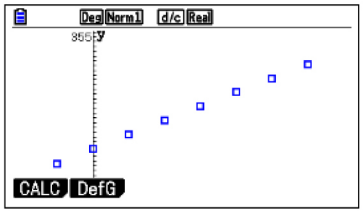
José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

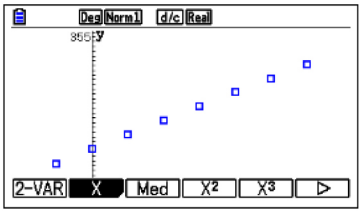


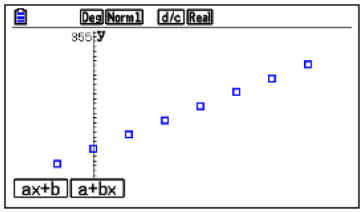




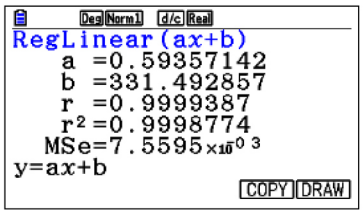
É apresentado o gráfico de dispersão na calculadora. Para calcular a regressão linear, pressionar F1 (CALC) seguido de F2 (X). Escolher F1 (ax+b).







Os parâmetros da regressão são exibidos.



A equação obtida, para a velocidade do som, em m s^{-1}, a partir da regressão é

$$v = 331{,}5 + 0{,}594\,T, \qquad (1)$$

onde T é a temperatura em graus Celsius. A equação (1) é utilizada no tratamento dos dados.

Objetivo 1

Identificar sons puros e sons complexos

4.1 – Material

- 1 Calculadora gráfica Casio fx-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Sensor de som (BT80i)
- 1 Cabo BT – IEEE1394 (cabo que liga o sensor de som ao CLAB)
- 1 Diapasão com caixa-de-ressonância e martelo
- Instrumentos musicais ou aplicação para telemóvel que simule o som de instrumentos musicais

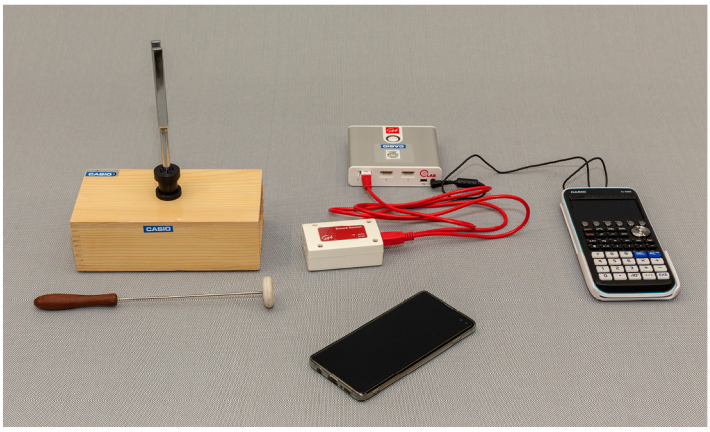
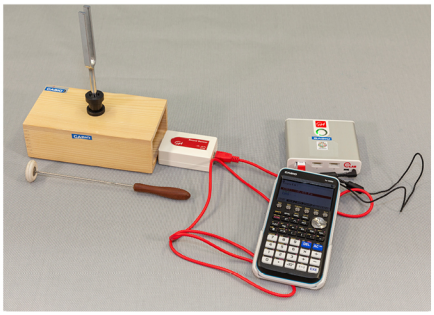


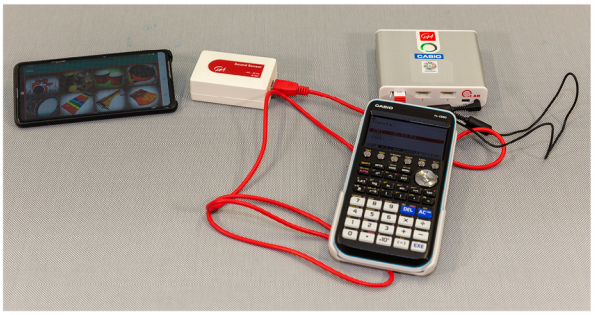
Figura 1 – Material para o objetivo 1.

5.1 – Montagem do material

O CLAB deve estar ligado à calculadora através do cabo SB-62. O cabo BT – IEEE1394 liga ao sensor de som e ao canal 1 do CLAB (figuras 1 e 2).



(A)

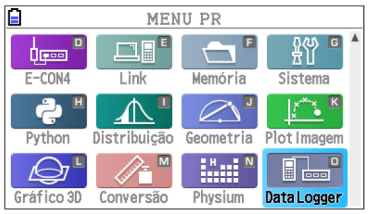


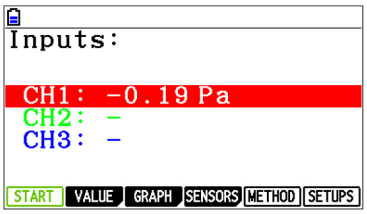
(B)

Figura 2 – Montagem do material para o objetivo 1. (A) Captação das ondas sonoras produzidas por um diapasão, (B) Captação das ondas sonoras produzidas pelo altifalante de um telemóvel.

6.1 – Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

Entrar no menu *Data Logger.* Se o sensor de som estiver ligado ao canal 1 do CLAB, no canal 1 do ecrã da calculadora fica visível o valor que está a ser lido.

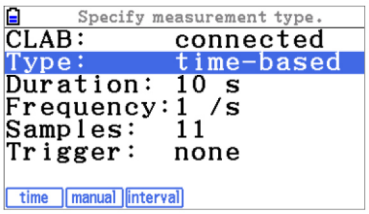


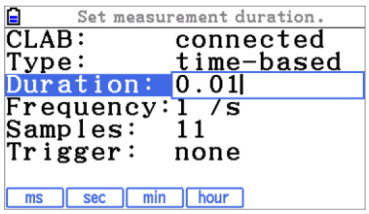


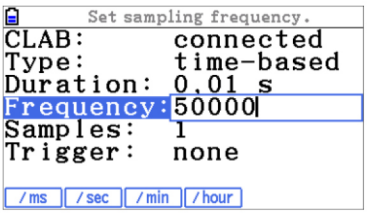
Definir as configurações em [F5] (METHOD). O tipo de recolha, *Type*, deve ser *time-based* ([F1]). Para alterar a *Duration*, *Frequency* e *Sample*, deve colocar-se o cursor em cima destas opções, pressionar [EXE] e introduzir o valor. Se pretender que a frequência seja de 50 000 amostras por segundo e o tempo de recolha de dados de 0,01 s, o número total de amostras é 501. É importante que a opção *Trigger* seja EXE [F5], para que a recolha de dados só se inicie quando pressionar essa tecla na calculadora.

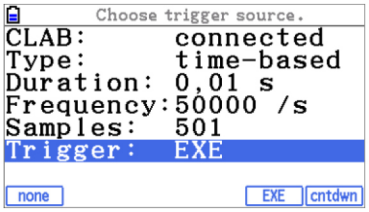
José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

Depois de executar estas configurações, pressionar [EXIT].



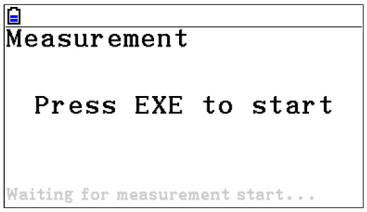




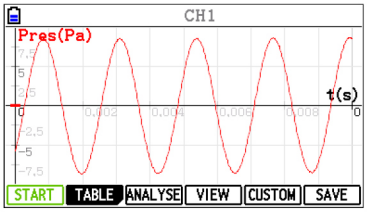


Nota 1 - A frequência máxima de recolha de dados no *Data Logger* com um sensor é de 100 000 Hz e com dois é de 50 000 Hz. O número máximo de amostras é 30 000. Para a recolha de dados não ser morosa, recolher menos de 10 000 amostras. Para valores da ordem de 2 000 amostras o sistema é rápido.

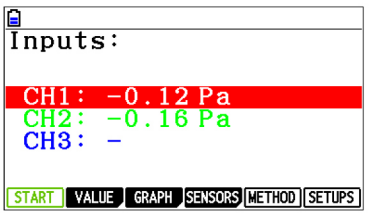
Deve colocar o sensor próximo da fonte sonora (caixa-de-ressonância, altifalante, etc.). Fazer vibrar o diapasão e pressionar [F1] (START). Quando pressionar [EXE], os valores começam a ser recolhidos e exibidos no ecrã da calculadora.

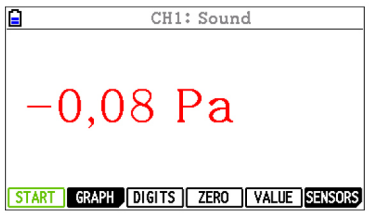


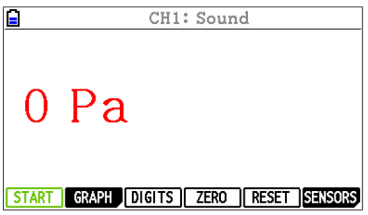
O ecrã seguinte mostra um exemplo de um gráfico obtido com um diapasão de 440 Hz.

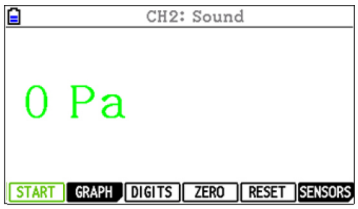


Pode haver a necessidade de ajustar para "zero" o(s) sensor(es) de som. Se o fizer, deve ter o cursor sobre o canal que detecta o sensor e pressionar [F2] (VALUE). Escolher [F4] (ZERO). [EXIT], para voltar ao ecrã anterior e repetir o processo para o outro canal, caso se justifique.







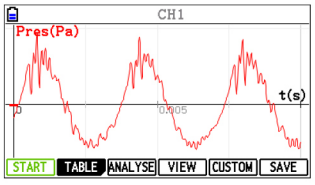
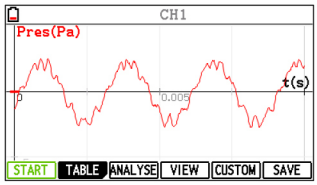
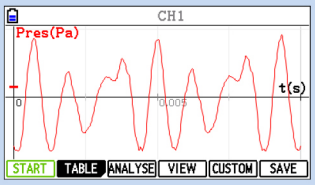
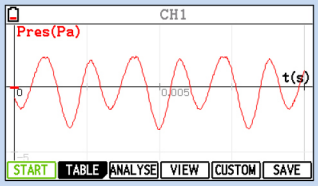
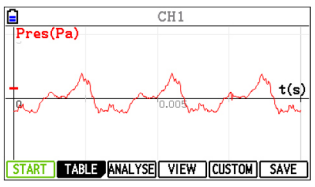
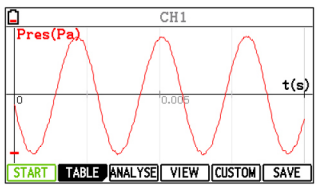


Para desfazer este ajuste, usar a opção F5 (RESET). Esta opção só está ativa caso tenha havido algum ajuste.

7.1 – Tratamento dos dados

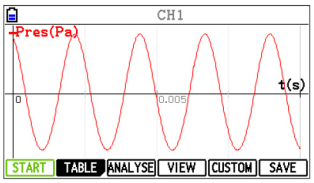
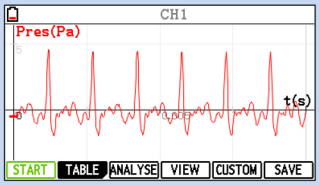
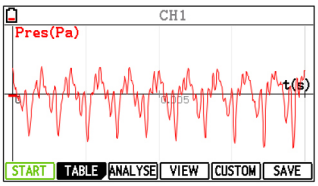
Com as configurações, no *Data Logger* da calculadora, indicadas no ponto 6.1 (página 125) para o sensor de som, pronunciar de modo contínuo as vogais ("i", "o" e "u") e visualizar os gráficos obtidos (tabela 2).

Tabela 2 - Ecrãs obtidos quando duas pessoas proferiram diferentes vogais ("i", "o" e "u").

Vogais	Gráfico	
	Voz feminina	Voz masculina
"i" Sinal complexo		
"o" Sinal complexo		
"u" Sinal complexo (voz feminina) e sinal quase puro (voz masculina)		

A tabela 3 mostra alguns ecrãs dos sinais obtidos quando se percutiu um diapasão de 440 Hz (figura 2A) e quando se utilizou um telemóvel com a aplicação "*Todos os instrumentos musicais*" (figura 2B).

Tabela 3 - Ecrãs dos sinais recolhidos de um diapasão e de um telemóvel que simula o som de instrumentos musicais.

Instrumento	Gráfico
Diapasão Sinal puro	
Trompete Sinal complexo	
Violino Sinal complexo	

Objetivo 2

Comparar amplitudes e períodos de sinais sinusoidais

4.2 – Material

- 1 Calculadora gráfica Casio fx-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Sensor de som (BT80i)
- 1 Cabo BT – IEEE1394 (cabo que liga o sensor de som ao CLAB)
- 1 Diapasão com caixa-de-ressonância e martelo
- Telemóvel com uma aplicação de gerador de sinais. Neste trabalho usou-se a aplicação "Gerador de frequência"

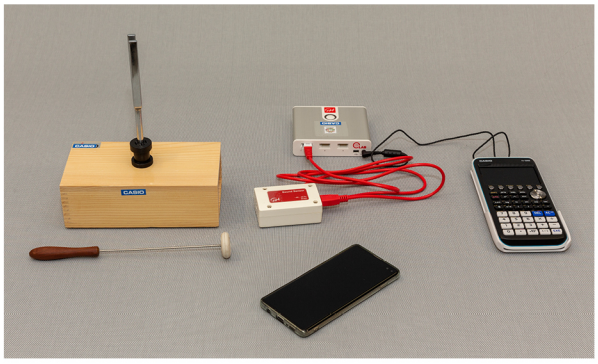
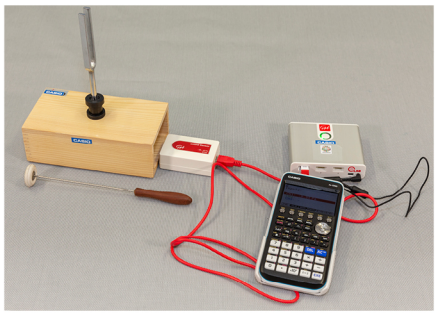


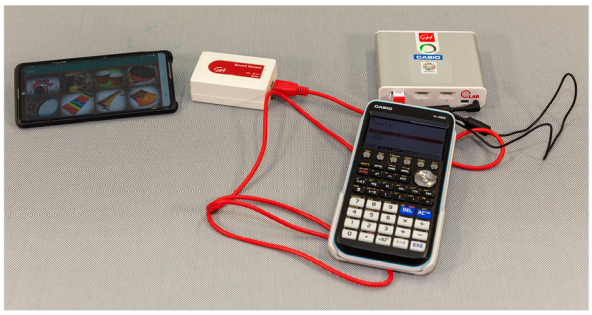
Figura 3 – Material para o objetivo 2.

5.2 – Montagem do material

O CLAB deve estar ligado à calculadora através do cabo SB-62. O cabo BT – IEEE1394 liga ao sensor de som e ao canal 1 do CLAB (figuras 3 e 4).



(A)



(B)

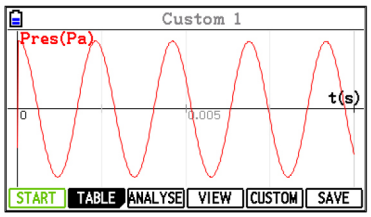
Figura 4 – Montagem do material para o objetivo 2. (A) Captação das ondas sonoras produzidas por um diapasão, (B) Captação das ondas sonoras produzidas pelo altifalante de um telemóvel.

6.2 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

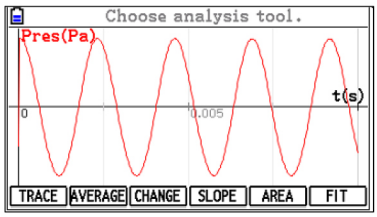
O procedimento com o sensor de som está descrito em 6.1 no objetivo 1 (página 125).

7.2 – Tratamento dos dados

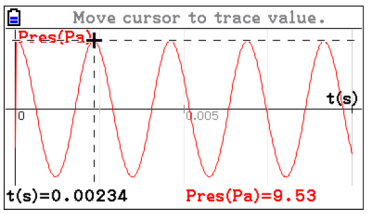
Mantendo as configurações no *Data Logger* da calculadora para o sensor de som (ponto 6.1), percutir diapasões com frequências diferentes. A partir dos dados recolhidos pode-se obter o período de cada um dos sinais sinusoidais. Para o gráfico seguinte, utilizando um diapasão de 440 Hz, obtiveram-se cinco máximos.

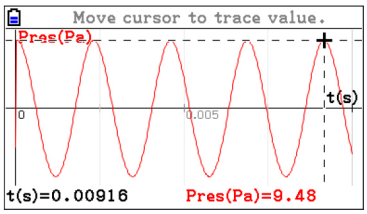


Depois de obter o gráfico, pressionar F3 (ANALYSE) e escolher F1 (TRACE).



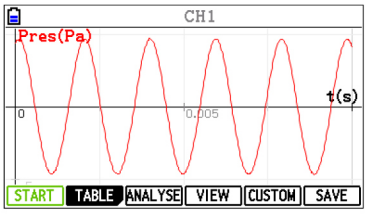
Para diminuir o erro na obtenção do período escolher dois máximos (ou mínimos) afastados. Nos ecrãs abaixo estão sinalizados dois máximos "distanciados" de três períodos.

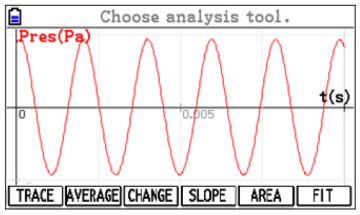


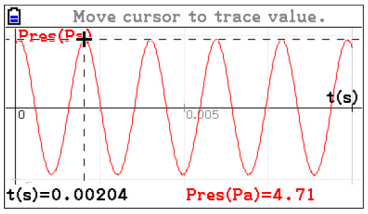


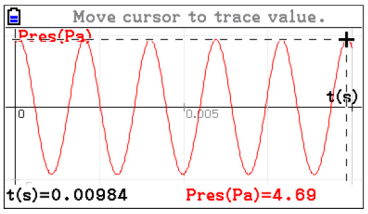
O período do sinal é $T = \frac{0{,}00916 - 0{,}00234}{3} = 2{,}27(3) \times 10^{-3}$ s e a frequência sonora, $\frac{1}{T}$, 440 Hz.

Com um diapasão de 512 Hz obtiveram-se seis máximos. Depois de obter o gráfico, pressionar F3 (ANALYSE), escolher F1 (TRACE) e com as setas do cursor, ▶ ◀, encontrar dois máximos (ou mínimos). Nos ecrãs abaixo estão assinalados dois máximos afastados de quatro períodos.



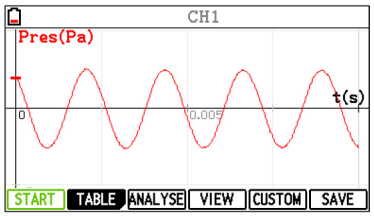


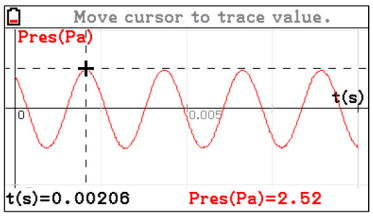


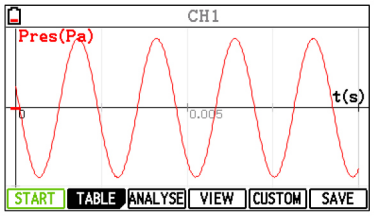


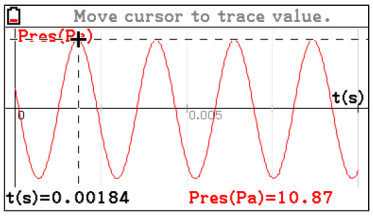
Para este ensaio obteve-se o período de $T = \frac{0{,}00984 - 0{,}00204}{4} = 1{,}95 \times 10^{-3}$ s e a frequência sonora de 513 Hz.

Sem alterar as configurações da calculadora voltar a percutir um dos diapasões com mais ou menos intensidade de modo a obter duas amplitudes diferentes. Depois de obter o gráfico, pressionar F3 (ANALYSE), escolher F1 (TRACE) e com as setas do cursor, ▶ ◀, encontrar os máximos dos ensaios (amplitude do sinal). Os ecrãs seguintes correspondem a dois ensaios, adquiridos com um diapasão de 440 Hz, cujas amplitudes foram de 2,52 Pa e 10,87 Pa.





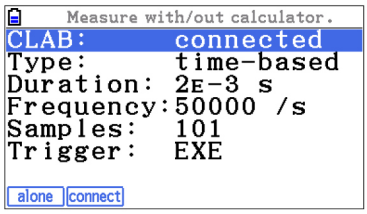




Como alternativa para comparar amplitudes e períodos de sinais sinusoidais (qualitativa ou quantitativamente) pode utilizar-se uma aplicação de telemóvel que gere sons sinusoidais. No

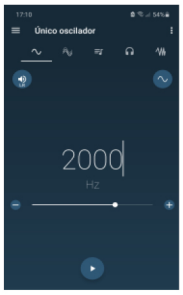
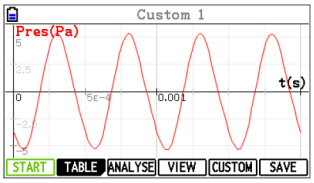
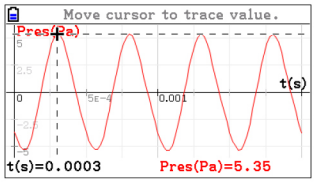
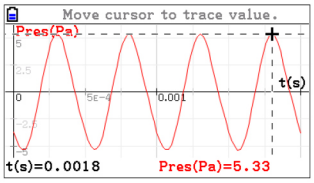
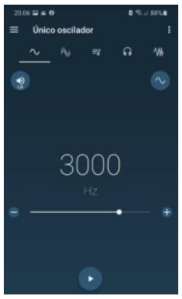
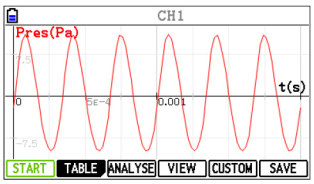
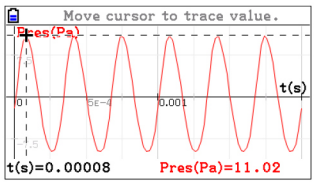
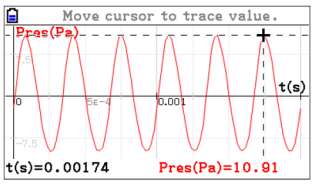
exemplo abaixo descrito utilizou-se um telemóvel com a aplicação "Gerador de frequência" e as frequências de 2 000 Hz e 3 000 Hz.

Alterar as configurações da calculadora *Duration*, *Frequency* e *Sample*, conforme o ecrã seguinte. Depois de executar estas configurações, pressionar [EXIT].

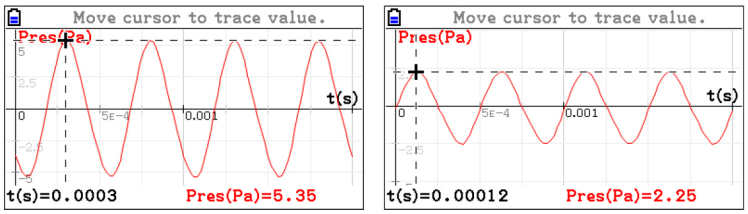


O procedimento é igual ao anterior e os resultados obtidos encontram-se na tabela 4.

Tabela 4 – Comparação dos períodos de dois sinais sinusoidais recolhidos de um telemóvel.

Instrumento	Gráfico
 $T = \frac{0{,}0018-0{,}0003}{3} = 5{,}00 \times 10^{-4}$ s $f = 2000$ Hz	  
 $T = \frac{0{,}00174-0{,}00008}{5} = 3{,}32 \times 10^{-4}$ s $f = 3012$ Hz	  

Para alterar a amplitude do sinal aumenta-se ou diminui-se o volume do som do telemóvel. Os ecrãs abaixo mostram dois sinais com amplitudes diferentes (5,35 Pa e 2,25 Pa) e igual frequência (2 000 Hz).



Objetivo 3

Comparar intensidades e frequências de sinais sonoros a partir da análise de sinais elétricos

4.3 – Material

- 1 Calculadora gráfica Casio fx-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Sensor de voltagem (BT02, incluído no CLAB)
- 1 Gerador de sinais
- 1 Adaptador 1xBNC-macho - 2xBNC-fêmea (T)
- 2 Cabos BNC com duas garras crocodilo
- 1 Altifalante

5.3 – Montagem do material

O CLAB liga à calculadora através do cabo SB-62. O sensor de voltagem liga ao canal 1 do CLAB. As bananas do sensor de voltagem ligam ao cabo BNC/Garras do gerador de sinais. O altifalante liga ao segundo cabo BNC/Garras do gerador de sinais. Para ligar os dois cabos BNC/Garras ao gerador de sinais é necessário um adaptador BNC macho com duas saídas BNC fêmea (T) (figura 5).

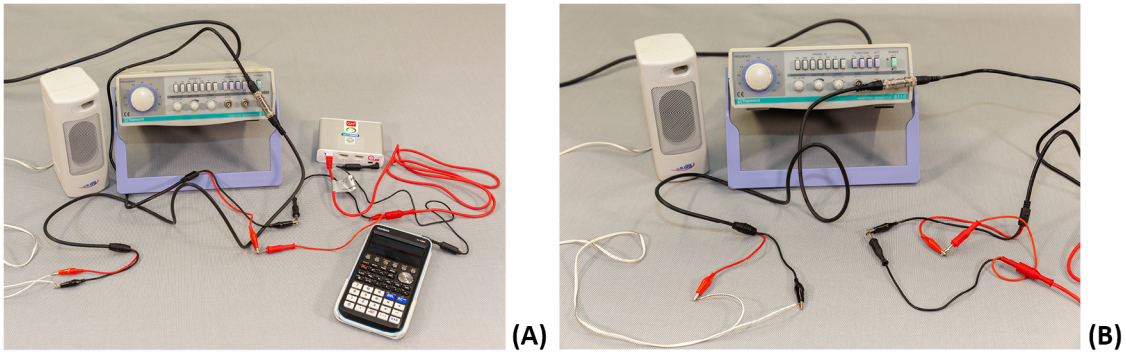
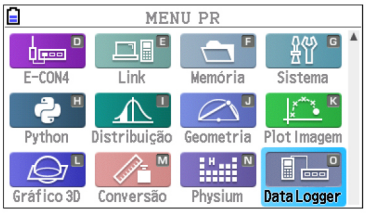
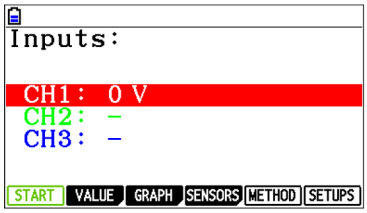


Figura 5 – (A) Material e montagem para o objetivo 3, (B) Detalhe das ligações.

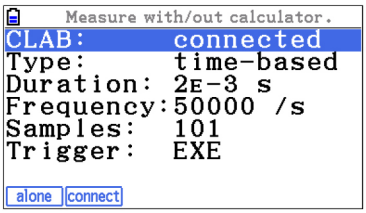
6.3 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

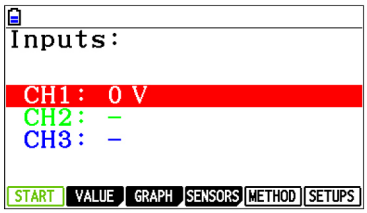
Entrar no menu *Data Logger.* Se o sensor de voltagem estiver ligado ao canal 1 do CLAB, no ecrã da calculadora fica visível o valor que está a ser lido.



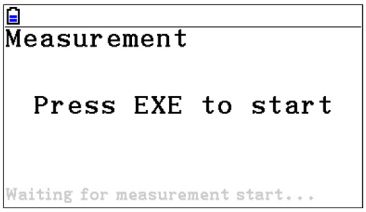


Definir as configurações em F5 (METHOD). Para alterar a *Duration*, *Frequency* e *Sample*, deve colocar o cursor em cima destas opções, pressionar EXE e introduzir o valor. Se pretender que a frequência seja 50 000 amostras por segundo e o tempo de recolha de dados seja 0,002 s, o número total de amostras é 101.
Depois de definir as configurações, pressionar EXIT. É importante que a opção *Trigger* seja EXE F5, para que a recolha de dados só se inicie quando pressionar essa tecla na calculadora.

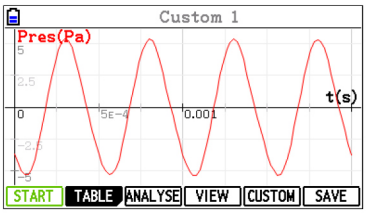




O sensor de voltagem liga ao gerador de sinais através de um cabo BNC com duas garras crocodilo. Escolher uma frequência para o gerador de sinais e pressionar F1 (START). Quando pressionar EXE, os dados começam a ser recolhidos e exibidos no ecrã da calculadora.



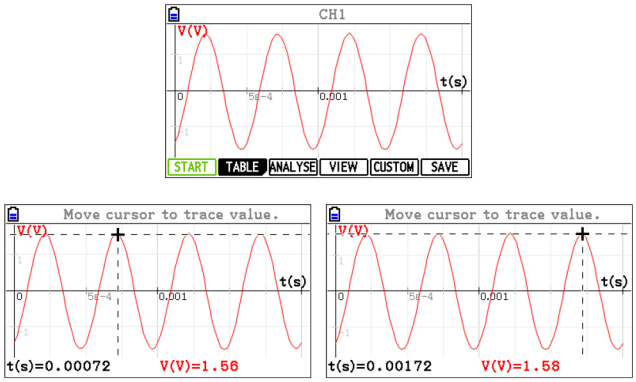
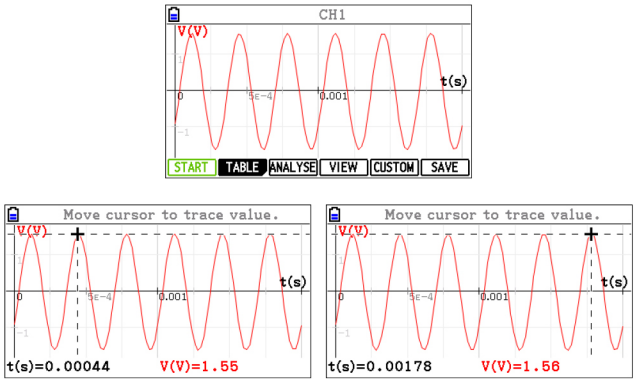
O ecrã seguinte mostra um exemplo de um gráfico obtido para uma frequência de 2 000 Hz no gerador de sinais.



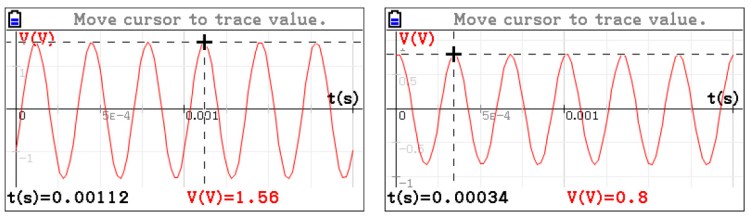
7.3 – Tratamento dos dados

Pode utilizar-se o sensor de voltagem para comparar intensidades e frequências de sinais sonoros a partir da análise de sinais elétricos.
Obtiveram-se os gráficos/ecrãs da tabela 5 com o sensor de voltagem, quando se utilizou o gerador de sinais com frequências de 2 000 Hz e 3 000 Hz.

Tabela 5 – Comparação dos períodos de dois sinais sinusoidais recolhidos de um gerador de sinais.

Instrumento	Gráfico
 $T = \frac{0{,}00172-0{,}00072}{2} = 5{,}00 \times 10^{-4}$ s $f = 2000$ Hz	
 $T = \frac{0{,}00178-0{,}00044}{4} = 3{,}35 \times 10^{-3}$ s $f = 2985$ Hz	

Para alterar a amplitude do sinal aumenta-se ou diminui-se o sinal no amplificador do gerador de sinais. Os ecrãs abaixo mostram dois sinais com amplitudes diferentes (1,56 V e 0,8 V) e igual frequência (3 000 Hz).



Objetivo 4

Medir períodos e calcular frequências dos sinais sonoros, compará-los com valores de referência e avaliar a sua exatidão

4.4 – Material

- 1 Calculadora gráfica Casio fx-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Sensor de som (BT80i)

- 1 Cabo BT – IEEE1394 (cabo que liga o sensor de som ao CLAB)
- 1 Sensor de voltagem (BT02, incluído no CLAB)
- 1 Diapasão com caixa-de-ressonância e martelo
- 1 Gerador de sinais
- 1 Adaptador 1xBNC-macho - 2xBNC-fêmea (T)
- 2 Cabos BNC com duas garras crocodilo
- 1 Altifalante
- Telemóvel com uma aplicação de gerador de sinais. Neste trabalho usou-se a aplicação "Gerador de frequência"

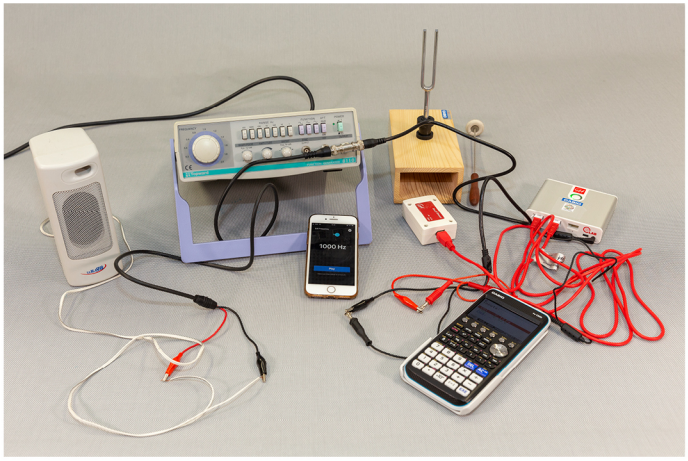


Figura 6 – Material para o objetivo 4.

5.4 – Montagem do material

O CLAB liga à calculadora através do cabo SB-62. O sensor de som (ou de voltagem) liga ao canal 1 do CLAB (figura 7).
Quando utilizar o sensor de voltagem as bananas desse sensor ligam ao cabo BNC/Garras do gerador de sinais. O altifalante liga ao segundo cabo BNC/Garras do gerador de sinais. Para ligar os dois cabos BNC/Garras ao gerador de sinais é necessário um adaptador BNC macho com duas saídas BNC fêmea (T). A montagem com o sensor de voltagem ligado ao gerador de sinais pode ser consultada na figura 5 (página 132).

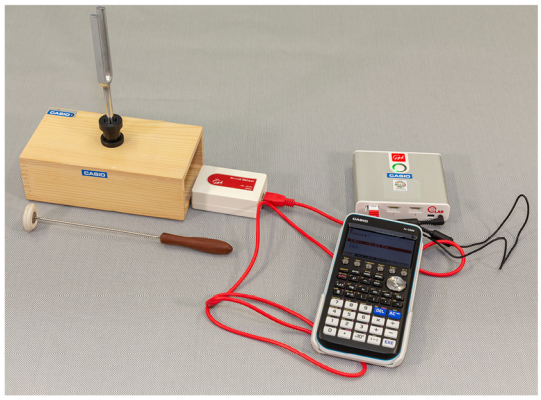


Figura 7 – Montagem do material para o objetivo 4.

6.4 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

O procedimento com os sensores de som e voltagem estão descritos em 6.1 (página 125) e 6.3 (página 132) nos objetivos 1 e 3, respetivamente.

7.4 – Tratamento dos dados

Como foi descrito anteriormente, pode-se medir o período utilizando o gerador de sinais, o telemóvel ou um diapasão. Por exemplo, com base na frequência calculada no objetivo 2 verificou-se que no caso do diapasão de 440 Hz o erro relativo percentual foi de 0% e no de 512 Hz de 0,2%.

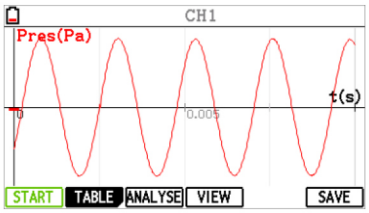
$$\text{Erro percentual} = \frac{|513 - 512|}{512} \times 100 = 0{,}2\%$$

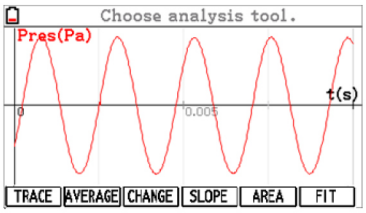
Para o gerador de sinais, com base nos resultados do objetivo 3, o erro relativo percentual foi de 0%, para a frequência de 2 000 Hz e 0,5%, para a frequência de 3000 Hz.

$$\text{Erro percentual} = \frac{|2985 - 3000|}{3000} \times 100 = 0{,}5\%$$

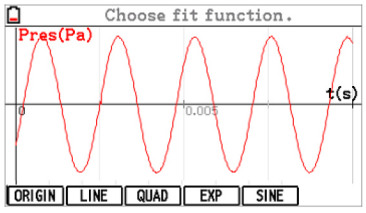
Em qualquer dos métodos a exatidão é elevada.

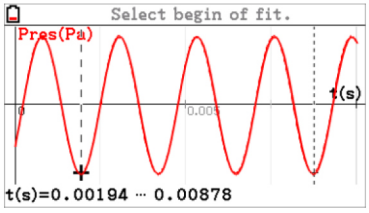
Apresenta-se, de seguida, uma outra abordagem para determinar a frequência do sinal e avaliar a exatidão dos resultados obtidos. Depois de obter um gráfico com o diapasão de 440 Hz, selecionar F3 (ANALYSE) e escolher F5 (FIT).

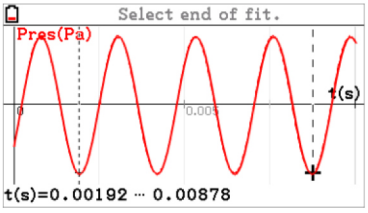




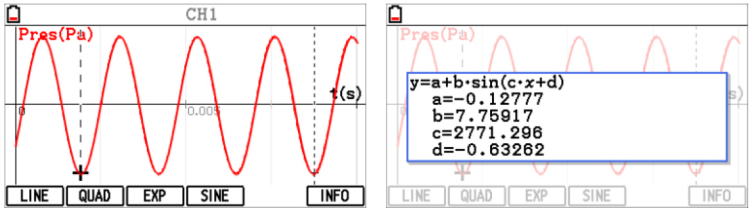
Escolher a regressão sinusoidal F4 (SINE). Selecionar o início e pressionar EXE. Selecionar o final e pressionar EXE. Depois de selecionar o último ponto, pressionar EXIT e regressar à barra de ferramentas anterior.







Escolher F6 (INFO), para que os parâmetros da regressão sinusoidal sejam exibidos.



Tendo em consideração a equação teórica $y = Asin(\omega t)$, em que A é a amplitude e ω é a frequência angular obtém-se

$$\omega = 2\pi f \Leftrightarrow 2771{,}3 = 2\pi f \Leftrightarrow f = 441 \text{ Hz}.$$

Neste caso o erro percentual é de 0,2%.

Objetivo 5

Identificar limites de audição no espetro sonoro

4.5 – Material

- 1 Calculadora gráfica Casio fx-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Sensor de voltagem (BT02, incluído no CLAB)
- 1 Gerador de sinais
- 1 Adaptador 1xBNC-macho - 2xBNC-fêmea (T)
- 2 Cabos BNC com duas garras crocodilo
- 1 Altifalante

5.5 – Montagem do material

O CLAB liga à calculadora através do cabo SB-62. O sensor de voltagem liga ao canal 1 do CLAB. As bananas do sensor de voltagem ligam ao cabo BNC/Garras do gerador de sinais. O altifalante liga ao segundo cabo BNC/Garras do gerador de sinais. Para ligar os dois cabos BNC/Garras ao gerador de sinais é necessário um adaptador BNC macho com duas saídas BNC fêmea (T) (figura 8).

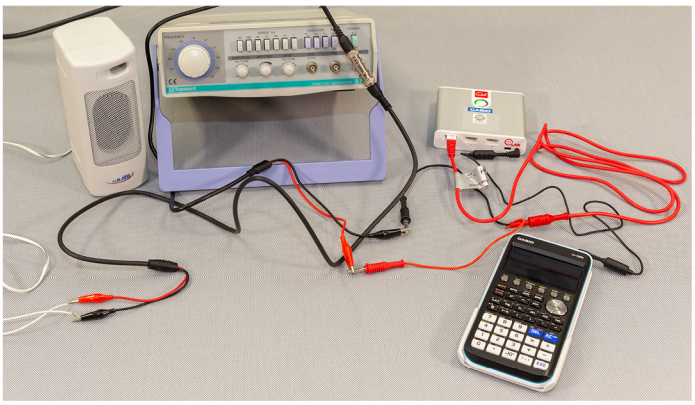


Figura 8 – Material e montagem do material para o objetivo 5.

6.5 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

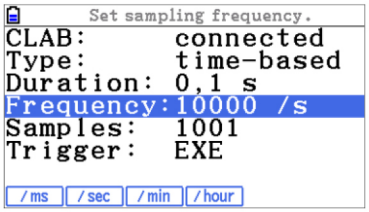
O procedimento com o sensor de voltagem está descrito em 6.3 no objetivo 3 (página 132).

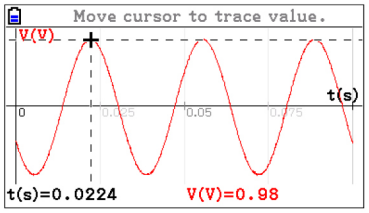
7.5 – Tratamento dos dados

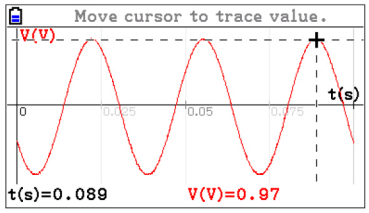
O ser humano é sensível a ondas sonoras de frequências entre 20 e 20 000 Hz, embora estes limites não sejam absolutos. O limite superior normalmente decresce com a idade. O gerador de sinais e o altifalante podem ser usados para identificar os limites de audição de alguns alunos na sala de aula.

Ligando o gerador de sinais ao altifalante pode detetar-se a frequência mínima audível por alguns alunos. Essa frequência pode ser confirmada através do sensor de voltagem.

Para um sinal sinusoidal de saída do gerador de sinais de 30 Hz utilizou-se as configurações do ecrã abaixo, obtendo-se para o período 0,0333 s ($T = \frac{0{,}0890-0{,}0224}{2} = 0{,}0333$ s) e para a frequência 30 Hz.







Objetivo 6

Medir comprimentos de onda de sons

4.6 – Material

- 1 Calculadora gráfica Casio fx-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 2 Sensores de som (BT80i)
- 1 Sensor de temperatura (BT01, incluído no CLAB)
- 2 Cabos BT – IEEE1394 (cabo que liga o sensor de som ao CLAB)
- 1 Diapasão com caixa-de-ressonância e martelo
- 1 Régua ou fita métrica
- Telemóvel com uma aplicação de gerador de sinais. Neste trabalho usou-se a aplicação “Gerador de frequência”

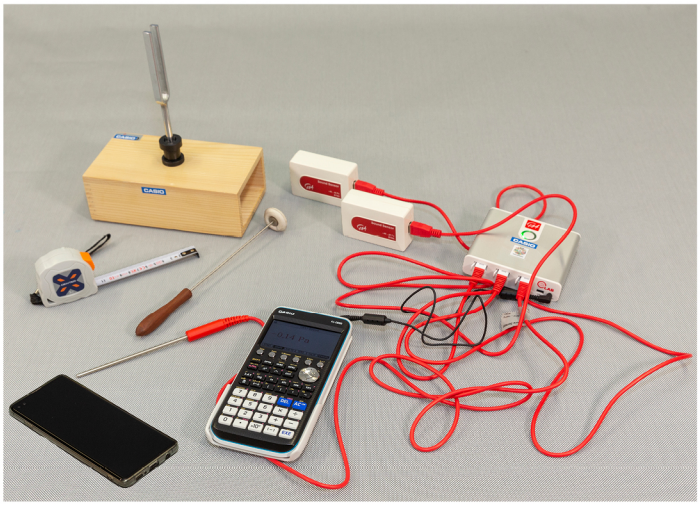
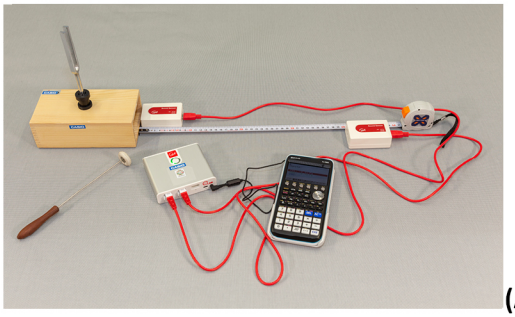


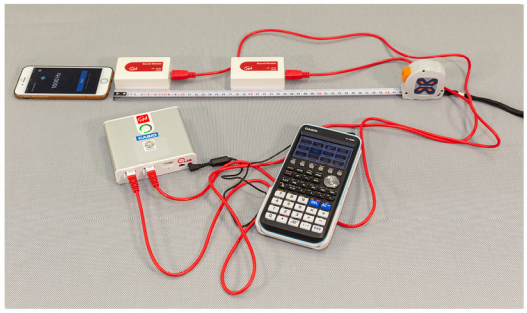
Figura 9 – Material para o objetivo 6.

5.6 – Montagem do material

O CLAB deve estar ligado à calculadora através do cabo SB-62. Os cabos BT – IEEE1394 ligam aos sensores de som. Os sensores de som ligam aos canais 1 e 2 do CLAB (figura 10). O sensor de temperatura liga ao canal 3 do CLAB (figura 9).



(A)

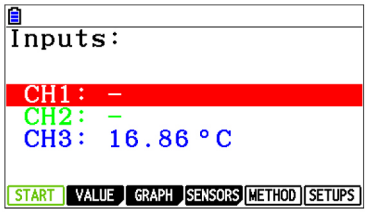


(B)

Figura 10 – Montagem do material para o objetivo 6. (A) Obtenção de meio comprimento de onda do sinal produzido pelo diapasão, (B) Obtenção de meio comprimento de onda do sinal produzido pelo altifalante do telemóvel.

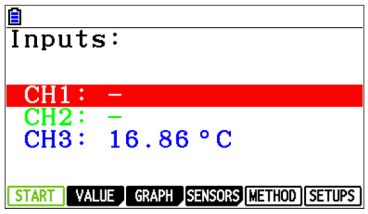
6.6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

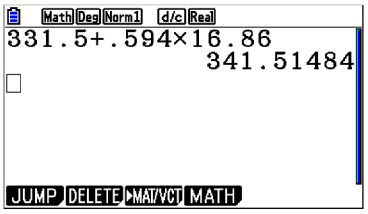
O procedimento com o sensor de som está descrito em 6.1 no objetivo 1 (página 125).
Nesta atividade basta obter um valor para a temperatura. Ligar o sensor de temperatura ao canal 3 do CLAB. O ecrã abaixo mostra o valor da temperatura do ar.



7.6 – Tratamento dos dados

Sugere-se a utilização da equação (1), página 124, para se determinar a velocidade do som. Com o sensor de temperatura obter a temperatura do ar e calcular o valor da velocidade do som no ar (342 m s^{-1}).





Depois de registado o valor da temperatura este sensor pode ser removido do canal 3 do CLAB. Alterou-se as ligações dos sensores de som ao CLAB, para os canais 1 e 3, de modo a obter uma melhor visualização, ao nível da cor, dos dados recolhidos.

Para o diapasão de 440 Hz, utilizando o valor da velocidade do som de 342 m s^{-1}, o comprimento de onda do som emitido é de 77,7 cm ($v = \lambda \times f$). Com os microfones dos sensores distanciados 38,9 cm (meio comprimento de onda) os sinais recolhidos estariam em oposição de fase.

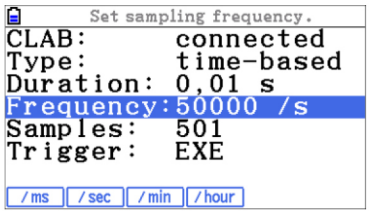
Colocando dois sensores de som junto a uma fita métrica é possível, experimentalmente, determinar o valor do comprimento de onda. Fixar um dos sensores de som, próximo da caixa-de-ressonância (ou telemóvel), e afastar o outro ao longo da régua até os sinais ficarem em oposição de fase. A distância obtida é igual a meio comprimento de onda.

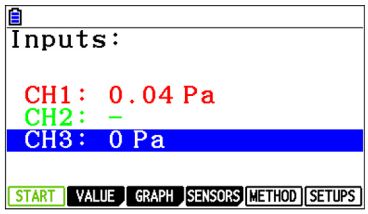
Para se obterem dois sinais em fase pode utilizar-se o telemóvel com uma frequência de 2 000 Hz. Neste caso, o comprimento de onda seria de 17,1 cm.

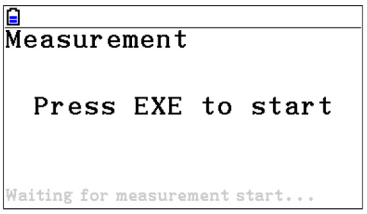
Nota 2 - Como a amplitude do sinal recolhido no sensor de som mais afastado diminui rapidamente com a distância, não convém utilizar distâncias superiores a 50 cm.

Utilizar as configurações do ponto 6.1 (página 125). Colocar os sensores de som como mostra a figura 10A, de modo que a distância entre ambos seja aproximadamente 38,9 cm, para verificar se os sinais estão em oposição de fase.

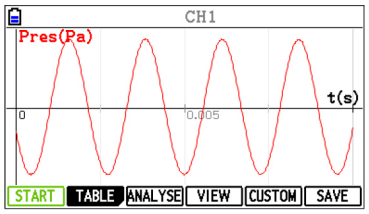
Usar as configurações do ecrã seguinte, percutir o diapasão e pressionar F1 (START) seguido de EXE.

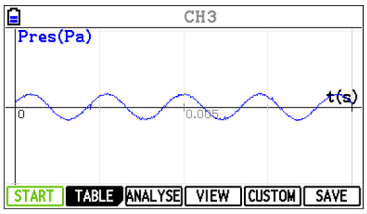




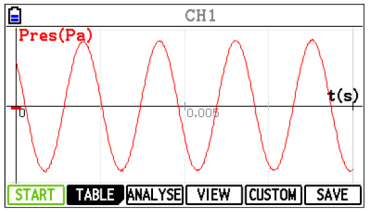


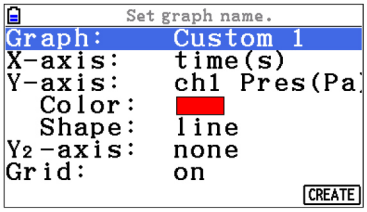
Ao andar com as setas direcionais do cursor (cima ▲ e baixo ▼), conseguimos visualizar os dois gráficos, neste caso o gráfico do CH1 é o que está mais perto da caixa-de-ressonância e o gráfico do CH3 é o que está mais afastado.

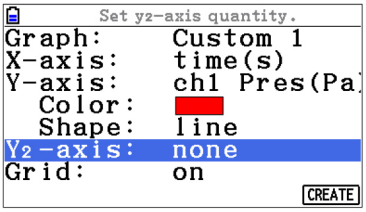


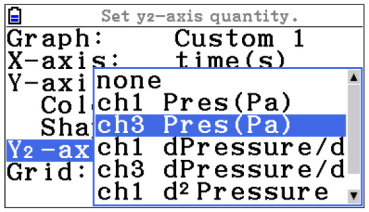


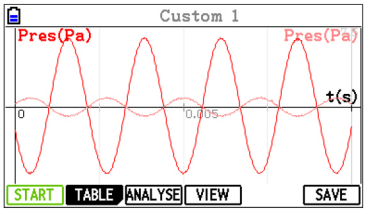
Para visualizar os dois gráficos em simultâneo, com o gráfico do canal 1 no ecrã da calculadora, pressionar F5 (CUSTOM). Andar com o cursor até *Y2-axis*, pressionar EXE e escolher *ch3 Pres(Pa)* para selecionar o gráfico do canal 3 (sensor mais afastado da caixa) e EXE. Para visualizar os dois gráficos em simultâneo, pressionar F6 (CREATE).



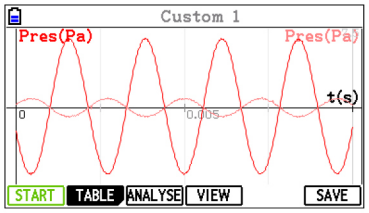


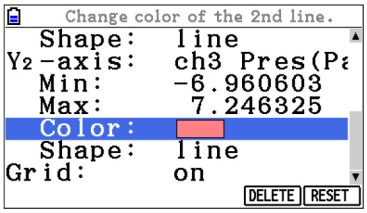


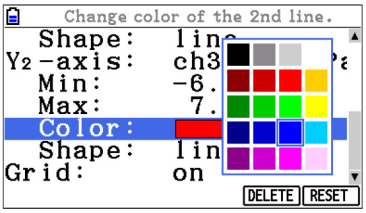


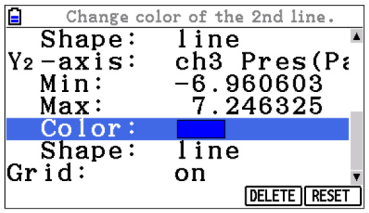


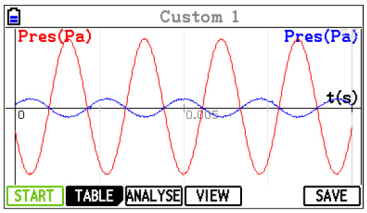
Se desejar pode mudar a cor a representar neste gráfico. Usar F4 (VIEW) e em *Color* selecionar a cor pretendida. Para validar a cor pressionar EXE. Depois da cor estar selecionada pressionar EXIT para visualizar novamente o gráfico.



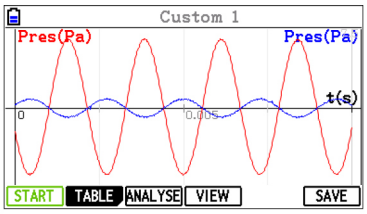


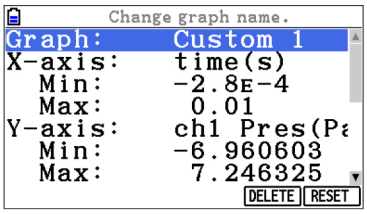


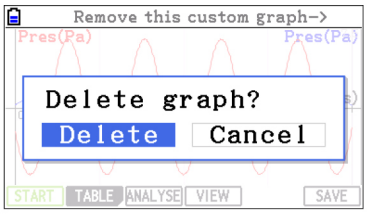




Caso queira desfazer a seleção dos dois gráficos, deve pressionar F4 (VIEW) e escolher F5 (DELETE) e EXE. A superposição dos gráficos (calculadora designa como *custom graph*) é eliminada.





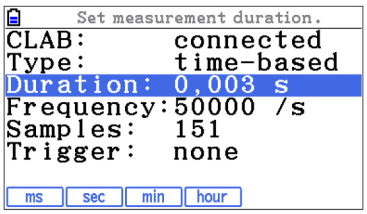


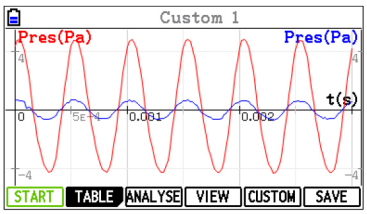
Devido a erros experimentais e à extensão da fonte (caixa), os dois sinais estão em oposição de fase quando os dois sensores se encontravam à distância de 42,5 cm um do outro. O comprimento de onda experimental obtido foi de $42{,}5 \times 2 = 85{,}0$ cm, com um erro relativo percentual de 9,4%.

$$\text{Erro percentual} = \frac{|85{,}0 - 77{,}7|}{77{,}7} \times 100 = 9{,}4\%$$

Com o procedimento descrito para o diapasão, a configuração do *Data Logger* indicada no ecrã seguinte, o telemóvel (fonte menos extensa) a emitir um som sinusoidal de 2 000 Hz e com os sensores de som colocados a 17,3 cm um do outro, obtiveram-se 2 gráficos em fase. Neste caso o erro percentual foi, apenas, de 1,2%.

$$\text{Erro percentual} = \frac{|17{,}3 - 17{,}1|}{17{,}1} \times 100 = 1{,}2\%$$





8 - Conclusões

O som emitido por um diapasão é um som puro ou simples e está associado a uma onda sonora com uma frequência bem definida. Também é possível emitir sons puros com dispositivos eletrónicos (telemóveis, computadores, geradores de sinais, etc.).

O som emitido pelas cordas vocais é um som complexo que resulta da sobreposição de sons puros.

Os valores obtidos para as frequências dos sons puros têm uma boa exatidão (erro relativo percentual inferior a 0,5%).

Com este sistema de aquisição automática de dados (CLAB) é possível comparar os gráficos de sons altos, baixos, fortes, fracos e de sons com a mesma altura e intensidade produzidos por fontes sonoras diferentes.

É possível testar os limites de audibilidade com um gerador de sinais ligado a um altifalante (ou um telemóvel com uma aplicação adequada) e confirmar graficamente a frequência limite inferior de audição.

Quanto mais pequena for a extensão da fonte sonora, menores são os erros na determinação do comprimento de onda do som. O erro diminuiu de 9,6% para 1,2% quando se alterou a fonte sonora extensa (caixa-de-ressonância) para o altifalante do telemóvel (menos extensa).

AL 11F 2.2 – Velocidade de propagação do som

1 – Aprendizagens Essenciais

Determinar, experimentalmente, a velocidade de propagação de um sinal sonoro, identificando fontes de erro, sugerindo melhorias na atividade laboratorial e propondo procedimentos alternativos.

2 – Objetivos (com base nas metas curriculares revogadas pelo Despacho n.º 6605-A/2021)

1 - Medir a velocidade do som no ar (medição indireta).
2 - Comparar o valor obtido para a velocidade do som com o tabelado, avaliar a exatidão do resultado e calcular o erro percentual.

Método A

Neste método utiliza-se uma mangueira para a determinação da velocidade do som no ar.

3 – Material

- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Cabo BT – IEEE1394 (cabo que liga o sensor de som ao CLAB)
- 1 Sensor de som (BT80i)
- 1 Sensor de temperatura (BT01, incluído no CLAB)
- 1 Mangueira
- 1 Funil

4 – Montagem do material

O CLAB deve estar ligado à calculadora através do cabo SB-62. O cabo BT – IEEE1394 liga ao sensor de som e ao canal 1 do CLAB. O sensor de temperatura liga ao canal 2 do CLAB (figura 1).

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

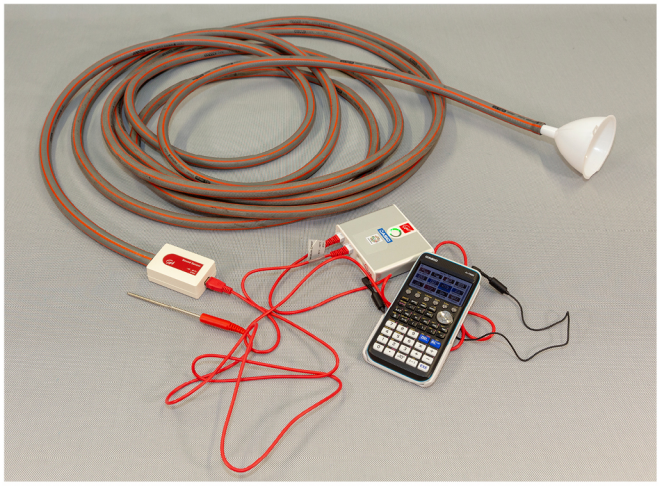


Figura 1 – Montagem e material necessário para o método A.

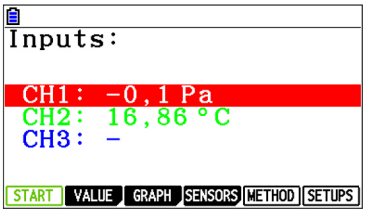
5 – Sugestões e notas gerais

- O sensor de som deve estar encostado, mas sem tocar na mangueira.
- Na atividade 11F 2.1 foi obtida a equação que relaciona a velocidade do som no ar (em m s^{-1}) com a temperatura (em °C),

$$v = 331{,}5 + 0{,}594\,T. \qquad (1)$$

6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

Ligar a calculadora ao CLAB usando o cabo SB-62. No canal 1, ligar o sensor de som e no canal 2, o sensor de temperatura.
Ao entrar no menu *Data Logger* o valor da temperatura do ar é apresentado, neste caso, 16,86 °C.

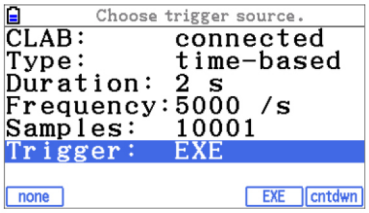


A partir da equação 1, o valor da velocidade do som para essa temperatura é

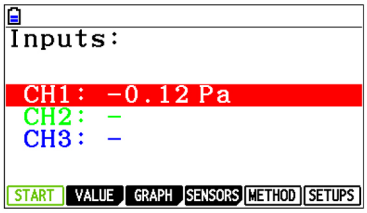
$$v = 331{,}5 + 0{,}594 \times 16{,}86 = 342 \text{ m s}^{-1}.$$

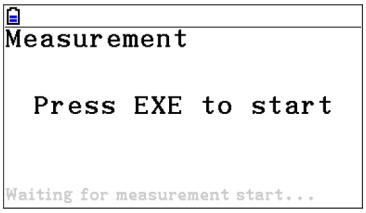
Após a medição da temperatura, o sensor deixa de ser necessário e pode ser removido do canal 2.
Em [F5] (METHOD) definir os parâmetros para fazer a recolha de dados.
O tipo de recolha, *Type*, deve ser *time-based* ([F1]). Para alterar a *Duration*, *Frequency* e *Sample*, deve colocar o cursor em cima destas opções, pressionar [EXE] e introduzir o valor. Se pretender que a frequência seja de 5 000 amostras por segundo e o tempo de recolha de dados de 2 s, o número total de amostras é 10 001. O *Trigger* pode ser configurado para que a

recolha de dados se inicie quando se pressiona na tecla F5 (EXE) da calculadora. Depois de executar estas configurações, pressionar EXIT.

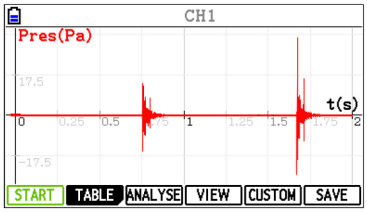


Pressione F1 (START) e EXE para recolher dados durante dois segundos. Nesses dois segundos bata palmas (sinais sonoros intensos de curta duração).



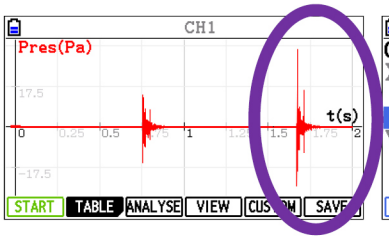


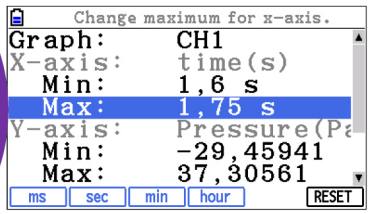
O ecrã seguinte mostra um exemplo de um gráfico com o registo de duas palmas.



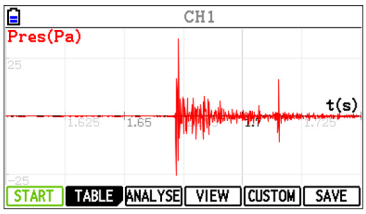
7 - Tratamento dos dados

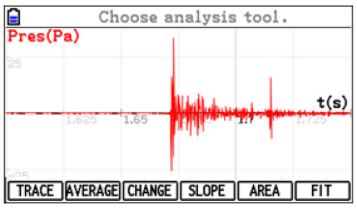
Neste caso, vamos analisar o segundo sinal sonoro intenso de curta duração (segunda palma), que se encontra entre os instantes 1,6 s e 1,75 s. Ajustar a janela de visualização de forma a ter só esta parte do gráfico. Para modificar a janela, ir a VIEW F4 e alterar o X-*axis* Min e o Max. Depois de alterada a janela de visualização, pressionar EXE.



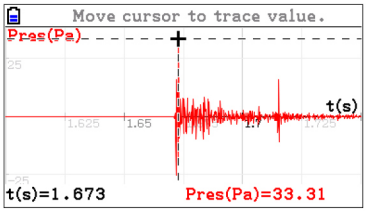


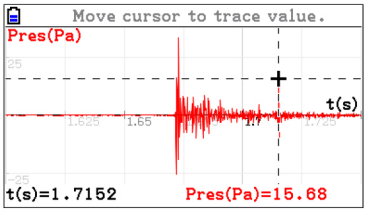
Uma nova visualização do gráfico é apresentada. O primeiro pico da palma corresponde ao sinal direto recebido pelo sensor (mais forte) e o segundo pico corresponde ao som da palma que percorre a mangueira (mais fraco). Para determinar o intervalo de tempo entre picos, Δt, pressionar F3 (ANALYSE) e F1 (TRACE).





Usar as setas do cursor, ▶◀, ao longo do gráfico e registar os instantes de cada um dos picos.





A partir dos valores indicados nos ecrãs anteriores obtém-se

$$\Delta t = 1{,}7152 - 1{,}6730 = 0{,}0422 \text{ s}.$$

A medida do comprimento da mangueira é

$$L = (14{,}40 \pm 0{,}01) \text{ m}.$$

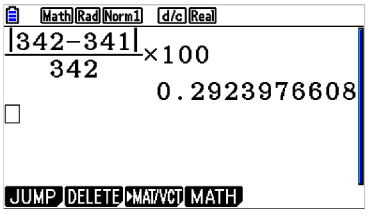
Para este ensaio, determina-se a velocidade do som a partir do quociente entre o comprimento da mangueira e o intervalo de tempo que o som demora a percorrer esse comprimento (intervalo de tempo entre picos)

$$v_{som} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{14{,}40}{0{,}0422} = 341 \text{ m s}^{-1}.$$

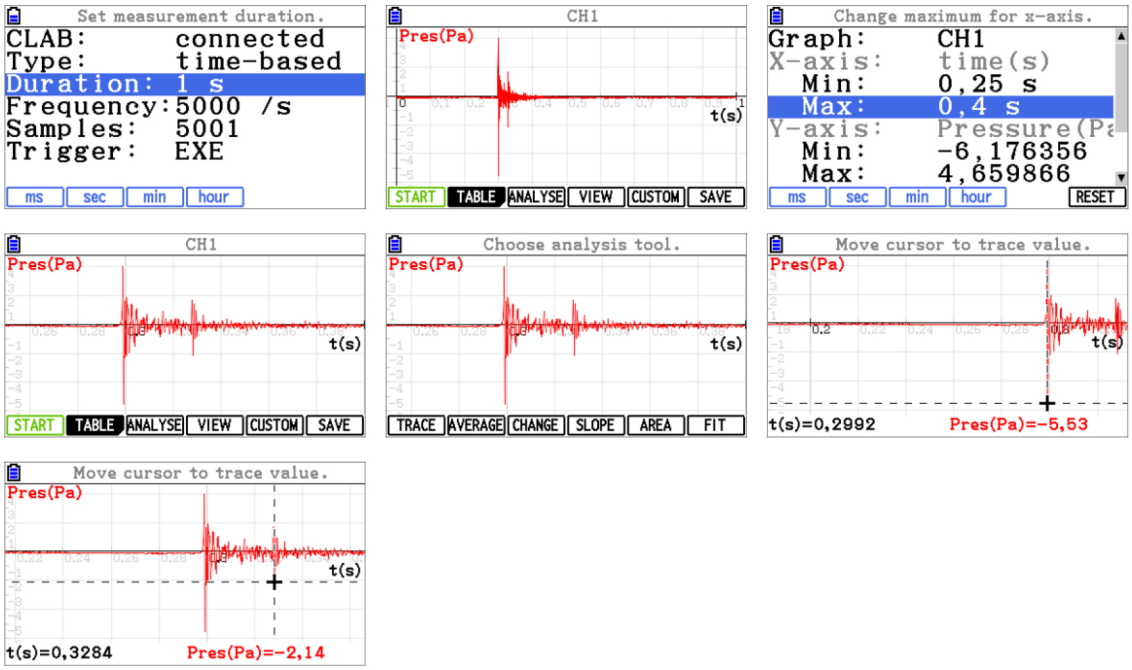
A partir da equação 1, o valor da velocidade do som à temperatura a que foi realizada a atividade é 342 m s^{-1}.

Para este ensaio o valor do erro relativo percentual é de

$$\text{Erro percentual} = \frac{|342-341|}{342} \times 100 = 0{,}3\%.$$



Para uma mangueira diferente, de 9,92 m, fizeram-se três ensaios. Os ecrãs abaixo referem-se ao primeiro ensaio. Verificou-se onde se encontravam os picos, ajustou-se a janela de visualização e registou-se, neste caso, os instantes dos dois mínimos.



A partir dos valores indicados nos ecrãs anteriores obtém-se

$$\Delta t = 0{,}3284 - 0{,}2992 = 0{,}0292 \text{ s}.$$

Na tabela 1 constam os intervalos de tempo, Δt , dos 3 ensaios e a respetiva média (valor mais provável).

Tabela 1 - Intervalo de tempo que o som demora a percorrer o comprimento da mangueira, em cada um dos ensaios e a respetiva média.

Ensaio	Δt / s	$\overline{\Delta t}$ / s
1	0,0292	0,0292
2	0,0290	
3	0,0294	

Neste caso a velocidade do som tem o valor de

$$v_{som} = \frac{L}{\overline{\Delta t}} = \frac{9{,}92}{0{,}0292} = 340 \text{ m s}^{-1},$$

com um erro relativo percentual de $0{,}6\%$.

8 - Conclusões

O procedimento experimental permite atingir todos os objetivos propostos para a atividade e obter resultados de acordo com as previsões teóricas. Os erros relativos percentuais obtidos são inferiores a 5% (boa concordância com as previsões teóricas).
Nesta atividade, algumas causas de erro podem estar associadas às seguintes situações:
- Incerteza na medição do comprimento da mangueira;
- O microfone estar desviado da abertura da mangueira;
- A mangueira ter dobras que influenciam a propagação do som;

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

- Existência de ruído de fundo e reverberação na sala;
- Produção de sons sonoros intensos que não têm curta duração.

Método B

Neste método utiliza-se um tubo de PVC para a determinação da velocidade do som no ar.

3 – Material

- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Cabo BT – IEEE1394 (cabo que liga o sensor BT de som ao CLAB)
- 1 Sensor de som (BT80i)
- 1 Sensor de temperatura (BT01, incluído no CLAB)
- 1 Tubo de PVC + tampa
- 1 Fita métrica

4 – Montagem do material

O CLAB deve estar ligado à calculadora através do cabo SB-62. O cabo BT – IEEE1394 liga ao sensor de som e ao canal 1 do CLAB. O sensor de temperatura liga ao canal 2 do CLAB. O tubo pode estar na horizontal e deve estar tapado num dos lados. O sensor de som deve ser colocado na abertura do tubo (figura 2).

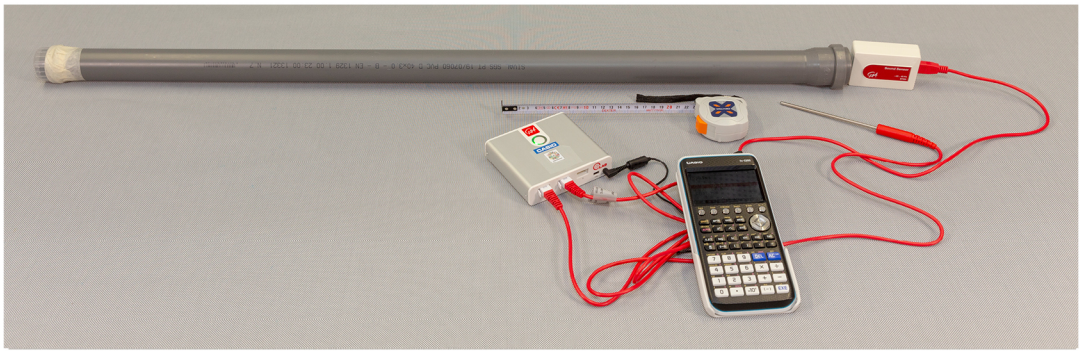


Figura 2 – Montagem e material necessário para o método B.

5 – Sugestões e notas gerais

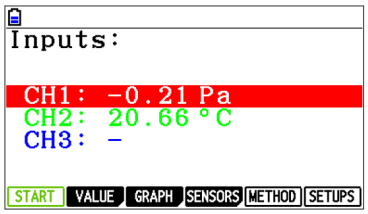
- O sensor de som deve estar encostado, mas sem tocar no tubo.
- Na atividade 11F 2.1 foi obtida a equação que relaciona a velocidade do som no ar (em m s^{-1}) com a temperatura (em °C),

$$v = 331{,}5 + 0{,}594\,T. \qquad (1)$$

- Neste método o sensor de som pode detetar múltiplas reflexões.
- Neste método deve ser abordada a reflexão do som.

6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

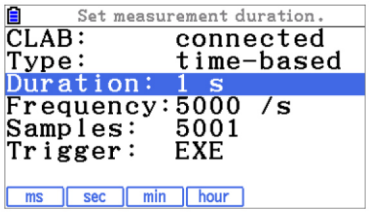
Ligar a calculadora ao CLAB usando o cabo SB-62. No canal 1 ligar o sensor de som e no canal 2 o sensor de temperatura.
Ao entrar no menu *Data Logger* o valor da temperatura do ar é apresentado, neste caso, 20,66 °C.



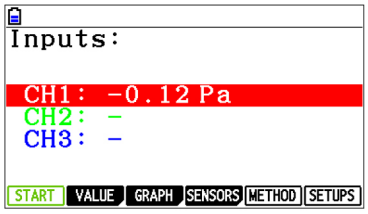
A partir da equação 1, o valor da velocidade do som para essa temperatura é

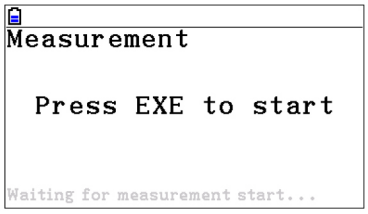
$$v = 331{,}5 + 0{,}594 \times 20{,}66 = 344 \text{ m s}^{-1}.$$

Após a medição da temperatura, o sensor deixa de ser necessário e pode ser removido do canal 2.
Em [F5](METHOD) definir os parâmetros para fazer a recolha de dados. Regressar ao ecrã anterior premindo [EXIT].

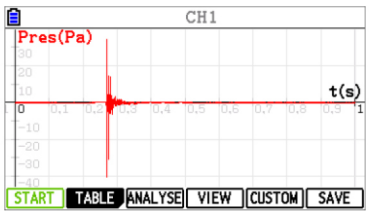


Pressionar [F1](START) e [EXE] para recolher dados durante um segundo. Bater palmas (sinais sonoros intensos de curta duração).



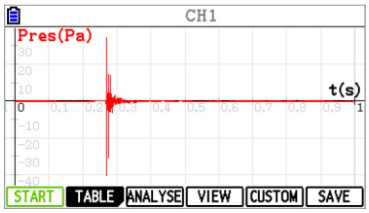


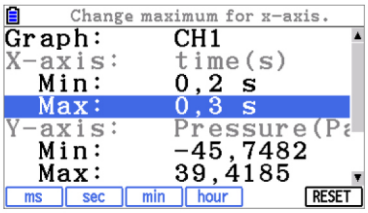
O ecrã seguinte mostra um exemplo de um gráfico com o registo de uma palma.



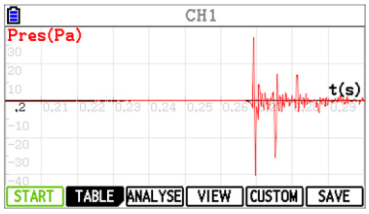
7 - Tratamento dos dados

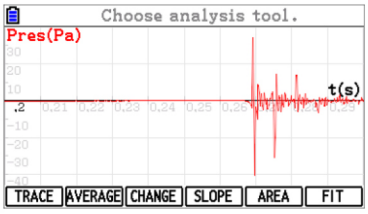
Neste caso, vamos analisar o sinal sonoro intenso de curta duração (palma), que se encontra entre os instantes 0,2 s e 0,3 s. Ajustar a janela de visualização de forma a ter só esta parte do gráfico. Para modificar a janela, ir a [F4] (VIEW) e alterar o X-*axis* Min e o Max. Depois de alterada a janela de visualização, pressionar [EXE].



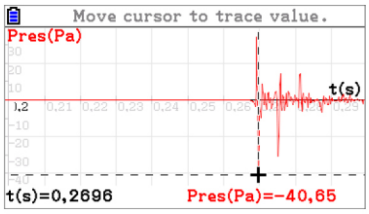


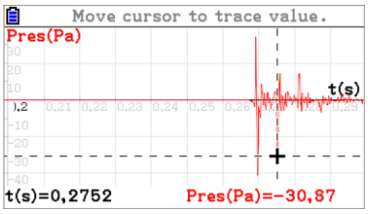
Uma nova visualização do gráfico é apresentada. O primeiro pico da palma corresponde ao sinal direto recebido pelo sensor (mais forte) e o segundo pico corresponde ao som da palma que percorre o tubo num sentido, é refletido no final do tubo e percorre o tubo no sentido contrário (mais fraco). Para determinar o intervalo de tempo entre picos, Δt, pressionar [F3] (ANALYSE) e [F1] (TRACE).





Com as setas do cursor, ▶ ◀, percorrer o gráfico e registar os instantes de cada um dos picos.





A partir dos valores indicados nos ecrãs anteriores obtém-se

$$\Delta t = 0{,}2752 - 0{,}2696 = 0{,}0056 \text{ s}.$$

Com o mesmo tubo fez-se mais dois ensaios. Na tabela 2 constam os intervalos de tempo dos três ensaios e a respetiva média (valor mais provável).

Tabela 2 - Intervalos de tempo dos três ensaios e a respetiva média.

Ensaio	Δt / s	$\overline{\Delta t}$ / s
1	0,0056	0,0058
2	0,0059	
3	0,0059	

A medida do comprimento do tubo é

$$L = (1{,}00 \pm 0{,}01)\ \text{m}.$$

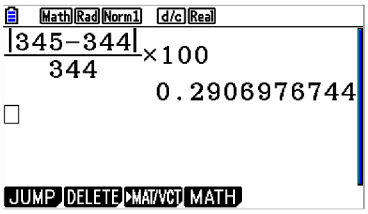
Determina-se a velocidade do som a partir do quociente entre o dobro do comprimento do tubo (distância percorrida pelo som) e a média dos intervalos de tempo que o som demora a percorrer essa distância (intervalo de tempo entre dois picos sucessivos)

$$v_{som} = \frac{2L}{\Delta t} = \frac{2\text{x}1{,}00}{0{,}0058} = 345\ \text{m s}^{-1}.$$

A partir da equação 1, o valor da velocidade do som à temperatura a que foi realizada a atividade é 344 m s^{-1}.

Para este ensaio o valor do erro relativo percentual é de

$$\text{Erro percentual} = \frac{|345-344|}{344} \times 100 = 0{,}3\%.$$



8 - Conclusões

O procedimento experimental permite atingir todos os objetivos propostos para a atividade e obter resultados de acordo com as previsões teóricas. Os erros percentuais obtidos são inferiores a 5% (boa concordância com as previsões teóricas).
Nesta atividade, algumas causas de erro podem estar associadas às seguintes situações:
- Incerteza na medição do comprimento do tubo;
- O microfone estar desviado da abertura do tubo;
- Existência de ruído de fundo e reverberação na sala;
- Produção de sons sonoros intensos que não têm curta duração.

Método C

Neste método utiliza-se um diapasão e o desfasamento entre sinais para a determinação da velocidade do som no ar.

3 – Material

- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 2 Cabos BT – IEEE1394 (cabo que liga o sensor de som ao CLAB)
- 2 Sensores de som (BT80i)
- 1 Sensor de temperatura (BT01, incluído no CLAB)
- 1 Diapasão com caixa-de-ressonância e martelo
- 1 Régua ou fita métrica

4 – Montagem do material

O CLAB deve estar ligado à calculadora através do cabo SB-62. Os cabos BT – IEEE1394 ligam os sensores de som aos canais 1 e 3 do CLAB. O sensor de temperatura liga ao canal 2 do CLAB. Um dos sensores do som deve estar muito próximo da caixa-de-ressonância e o outro deve estar afastado. A distância entre os dois sensores deve ser medida com uma régua ou fita métrica. Os sensores de som devem estar voltados para a caixa-de-ressonância (figura 3).

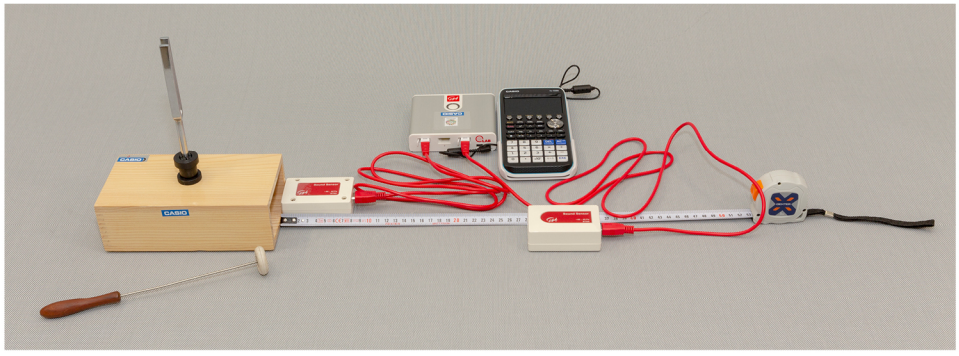


Figura 3 – Montagem e material necessário no método C.

5 – Sugestões e notas gerais

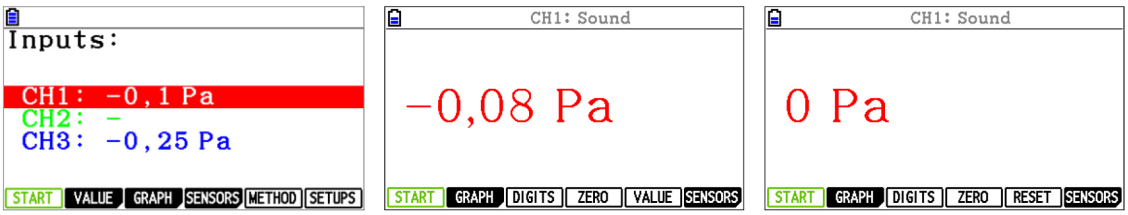
- O sensor de som que liga ao canal 1 deve estar encostado, mas sem tocar na caixa-de-ressonância.
- Na atividade 11F 2.1 foi obtida a equação que relaciona a velocidade do som no ar (em m s^{-1}) com a temperatura (em °C),

$$v = 331{,}5 + 0{,}594\,T. \qquad (1)$$

- Este método baseia-se no intervalo de tempo de desfasamento entre os sinais recolhidos pelos sensores de som.

6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

Neste método pode haver a necessidade de ajustar para "zero" o(s) sensor(es) de som. Se o fizer, deve ter o cursor sobre o canal que detecta o sensor e pressionar F2 (VALUE). Escolher F4 (ZERO). EXIT, para voltar ao ecrã anterior e repetir o processo para o outro canal, caso se justifique. O ajuste do zero permite centrar os sinais no eixo vertical.



Para desfazer este ajuste, usar a opção F5 (RESET).

Este método baseia-se no desfasamento do sinal recebido pelos dois sensores. A figura 4 mostra esse desfasamento. O sinal recebido pelo sensor encostado à caixa-de-ressonância do diapasão (a vermelho) e o sinal recebido pelo sensor afastado uma distância, *d*, do primeiro (a azul) estão desfasados de um intervalo de tempo Δt. Este intervalo de tempo é igual ao tempo que o som demora a percorrer a distância, *d,* entre os dois sensores de som.

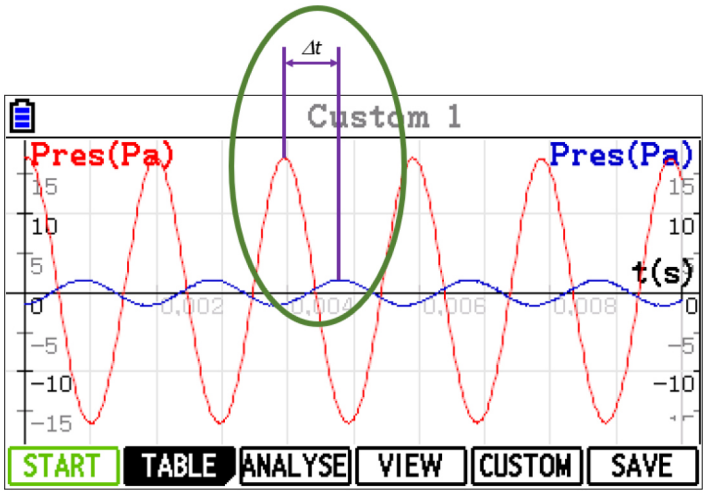
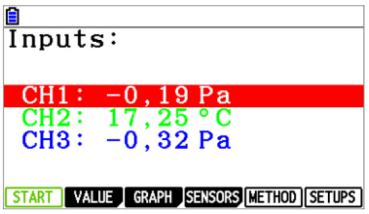


Figura 4 – Desfasamento do sinal recebido pelos sensores de som.

Neste caso o desfasamento apresentado é inferior a um período. O desfasamento pode ser superior a um período quando a distância, *d*, for superior a um comprimento de onda. Nesta atividade utilizou-se um diapasão de 512 Hz e para velocidades do som no ar de 340 m s^{-1}, o comprimento de onda é, aproximadamente, de 0,66 m.

A utilização, neste método, de distâncias inferiores a 66 cm tem uma dupla vantagem. A primeira, é obter um sinal pouco atenuado no segundo sensor e a segunda, é ter um desfasamento entre sinais inferior a um período.

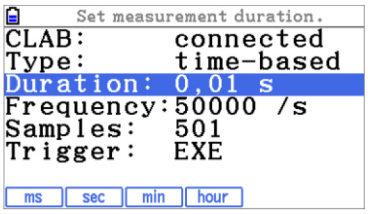
Ligar a calculadora ao CLAB usando o cabo SB-62. No canal 1 ligar o primeiro sensor de som, no canal 2 o sensor de temperatura e no canal 3 o segundo sensor de som.
Ao entrar no menu *Data Logger* o valor da temperatura do ar é apresentado, neste caso, 17,25 °C.



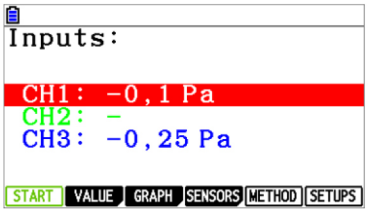
A partir da equação 1, o valor da velocidade do som para essa temperatura é

$$v = 331{,}5 + 0{,}594 \times 17{,}25 = 342 \text{ m s}^{-1}.$$

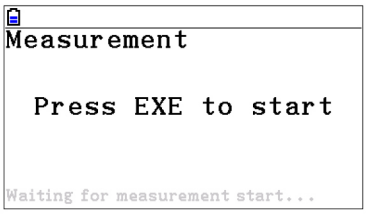
Em [F5] (METHOD) definir os parâmetros para fazer a recolha de dados. Regressar ao ecrã anterior premindo [EXIT].



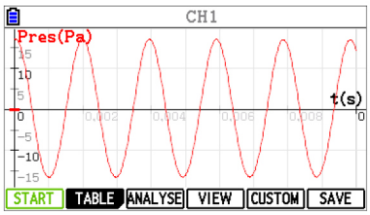
Após a medição da temperatura, o sensor deixa de ser necessário e pode ser removido do canal 2.

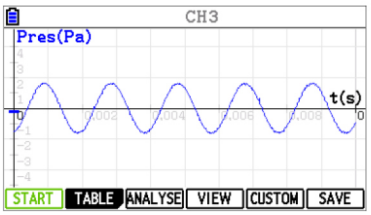


Colocar o sensor de som ligado ao canal 1 muito próximo da caixa-de-ressonância e o sensor de som ligado ao canal 3, por exemplo, a 30 cm do diapasão. Pressionar [F1] (START). Percutir o diapasão e pressionar [EXE].

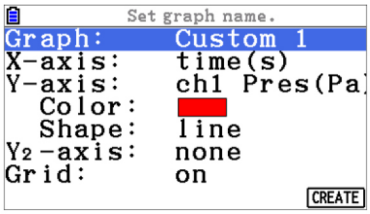


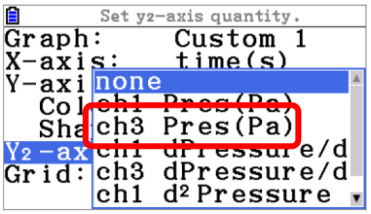
O primeiro gráfico (dados recolhidos pelo canal 1) é exibido no ecrã da calculadora. Para visualizar o segundo gráfico (dados recolhidos pelo canal 3) usar a seta do cursor para baixo ▼.

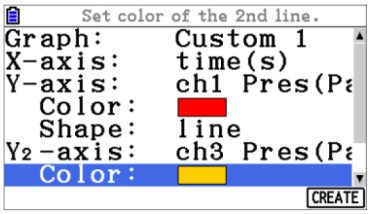


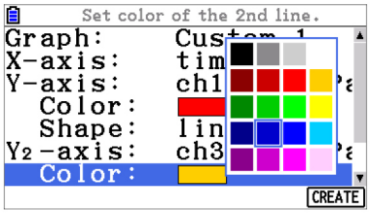


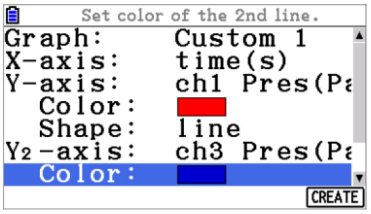
Para que se seja possivel visualizar os dois gráficos ao mesmo tempo no visor, usar a opção F5 (CUSTOM). Verifica-se que para *Y-axis*, já se encontram definido os dados do canal 1. Para que os dados do canal 3 fiquem também representados no mesmo gráfco, colocar o cursor em cima de *Y2-axis*, pressionar EXE e escolher *ch3 Pres (Pa)*. Para alterar a cor, colocar o cursor sobre *Color*, pressionar EXE, escolher azul (por exemplo) e EXE. Para visualizar os dois gráficos, pressionar F6 (CREATE)

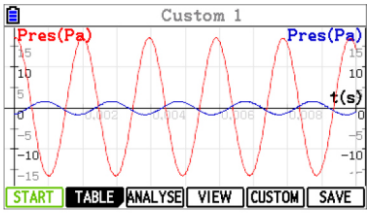










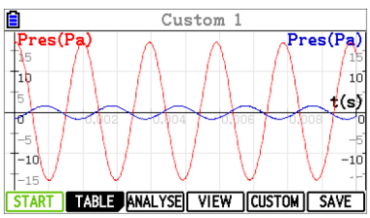


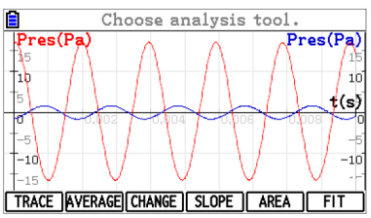
7 - Tratamento dos dados

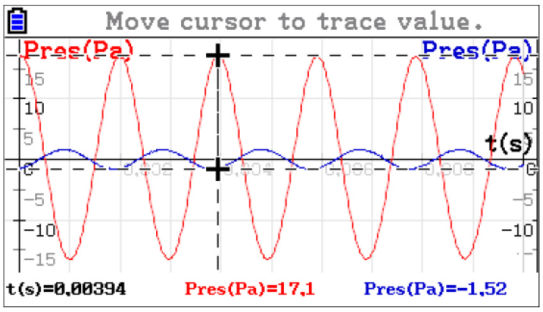
Neste método vai-se construir um gráfico de dispersão da distância entre sensores, *d*, em função do tempo de desfasamento, Δt, e determinar a velocidade pela reta de regressão.

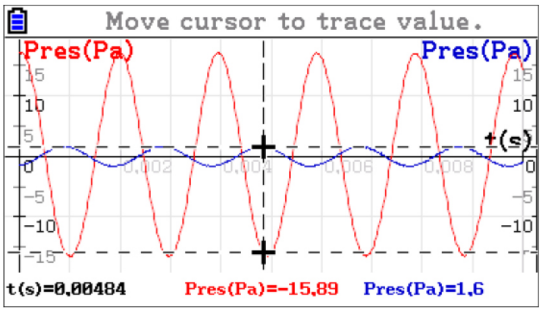
A partir da sobreposição dos gráficos determina-se o desfasamento entre dois máximos dos sinais de dois sensores afastados 30 cm.

Depois de ter os dois gráficos disponíveis no ecrã da calculadora, usar a opção F3 (ANALYSE) e escolher F1 (TRACE). Ao usar as setas direcionais do cursor, ▶ ◀, é possível visualizar em simultâneo o tempo e a amplitude nas duas curvas.









A partir dos valores indicados nos ecrãs anteriores obtém-se

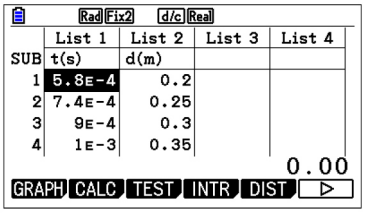
$$\Delta t = 0{,}00484 - 0{,}00394 = 0{,}00090 \text{ s}.$$

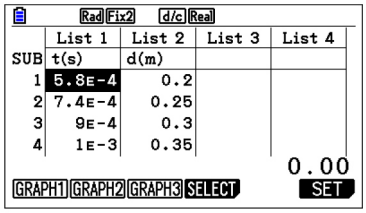
Para outras distâncias entre sensores o procedimento é semelhante ao descrito.
A tabela 3 apresenta os tempos de desfasamento para diferentes distâncias entre sensores.

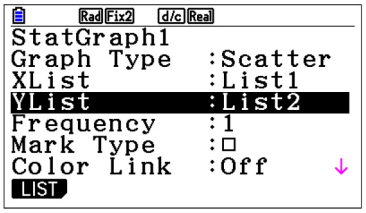
Tabela 3 – Tempos de desfasamentos para diferentes distâncias entre sensores.

Δt / s	d / m
0,00058	0,20
0,00074	0,25
0,00090	0,30
0,00103	0,35
0,00118	0,40

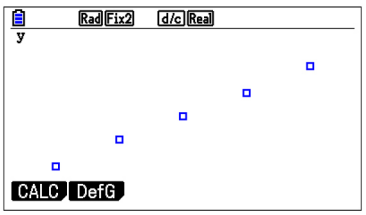
Os dados da tabela 3 são introduzidos no menu da estatística, onde a lista 1 vai conter o tempo de desfazamento e a lista 2 a distância. Para obter o gráfico, pressionar F1 (GRAPH) e em F6 (SET), definir o gráfico da distância em função do tempo de desfazamento. Em X*List* deve estar definida a lista 1 e em Y*List* deve estar definida a lista 2. Regressar ao ecrã anterior EXIT e desenhar o gráfico de dispersão F1 (GRAPH1).

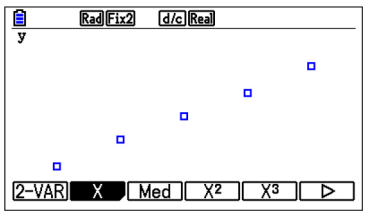


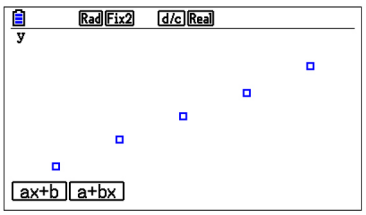




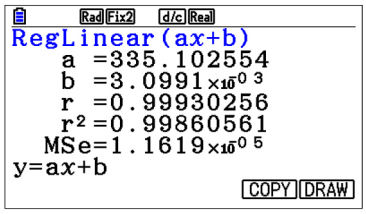
O gráfico é apresentado no ecrã. Pressionar F1 (CALC) para calcular a regressão linear. Escolher F2 (X) e F1 (ax+b).







Os parâmetros da regressão linear são exibidos.



O declive da reta obtida é igual à velocidade do som no ar, 335 m s^{-1}.
A partir da equação 1, o valor da velocidade do som para 17,25 °C foi de 342 m s^{-1}.
Para este método o valor do erro relativo percentual é de

$$\text{Erro percentual} = \frac{|335-342|}{342} \times 100 = 2{,}0\%.$$

8 - Conclusões

O procedimento experimental permite atingir todos os objetivos propostos para a atividade e obter resultados de acordo com as previsões teóricas. O erro relativo percentual obtido foi inferior a 5% (boa concordância com as previsões teóricas).
Neste método, algumas causas de erro podem estar associadas às seguintes situações:
- Incerteza na medição da distância entre os dois sensores de som;
- Existência de ruído de fundo e reverberação na sala;
- Incerteza na medição do tempo de desfasamento.

9 – Outra possível situação a explorar

No método C, o diapasão pode ser substituído por um telemóvel, com uma aplicação de gerador de sinais, ou por outra fonte que gere sinais sinusoidais (figura 5). A montagem, o material e o procedimento para a recolha de dados com a calculadora é semelhante ao anterior.

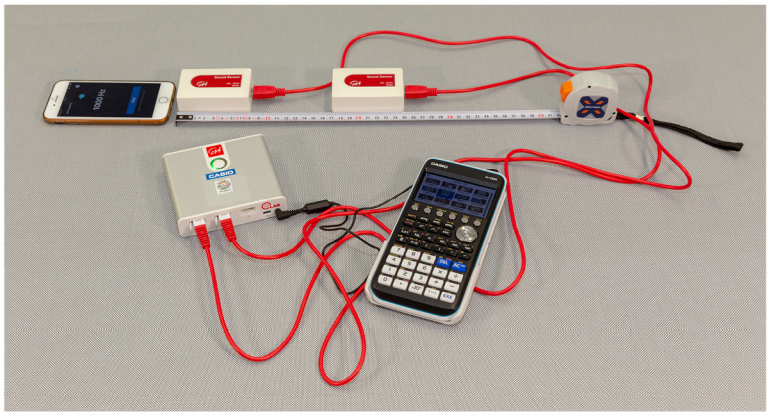


Figura 5 – Montagem e material necessário no método C com telemóvel.

Notas

AL 11F 3.1 – Absorção, reflexão, refração e reflexão total

1 – Aprendizagens Essenciais

Investigar, experimentalmente, os fenómenos de reflexão, refração, reflexão total e difração da luz, determinando o índice de refração de um meio.

2 – Objetivos (com base nas metas curriculares revogadas pelo Despacho n.º 6605-A/2021)

1 - Avaliar a capacidade refletora e a transparência de diversos materiais quando neles se faz incidir luz e a diminuição da intensidade do feixe ou a mudança da direção do feixe de luz.
2 - Medir ângulos de incidência e de reflexão, relacionando-os.
3 - Medir ângulos de incidência e de refração.
4 - Construir o gráfico do seno do ângulo de refração em função do seno do ângulo de incidência, determinar a equação da reta de ajuste e, a partir do seu declive, calcular o índice de refração do meio em relação ao ar.
5 - Prever qual é o ângulo crítico de reflexão total entre o meio e o ar e verificar o fenómeno da reflexão total para ângulos de incidência superiores ao ângulo crítico, observando o que acontece à luz enviada para o interior de uma fibra ótica.
6 - Identificar a transparência e o elevado valor do índice de refração como propriedades da fibra ótica que guiam a luz no seu interior.

3 – Material

- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 Sensor de luz (BT50i)
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Cabo BT – IEEE1394 (cabo que liga o sensor de luz ao CLAB)
- 1 Ponteiro laser (com suporte e lente, conforme notas do ponto 5, página 161)
- 1 Transferidor (ou equivalente em papel)
- 1 Placa de acrílico com forma semicircular
- 1 Placa de acrílico retangular e comprida para simular a fibra ótica (23 cm x 2 cm)
- 1 Varão de vidro dobrado para simular a fibra ótica (40 cm)
- 1 Fibra ótica
- Alvos de diversos materiais (cartão, placas de acrílico de cores diferentes, espelho, superfícies metalizadas, etc.)

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

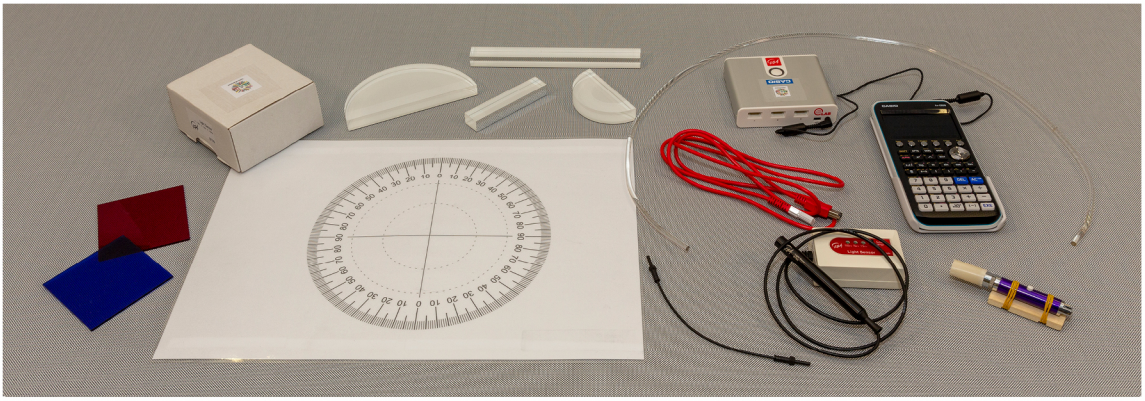


Figura 1 – Material para a atividade.

4 – Montagem do material

O CLAB deve estar ligado à calculadora através do cabo SB-62. O cabo BT – IEEE1394 liga ao sensor de luz e ao canal 1 do CLAB.

A figura 2 exemplifica diversas montagens para cumprir o objetivo 1. Os objetivos 2, 3 e 4 podem ser atingidos com as montagens da figura 3. Através das montagens da figura 4 pode-se obter o ângulo crítico e o trajeto da luz no interior do acrílico que simula a fibra ótica (objetivo 5).

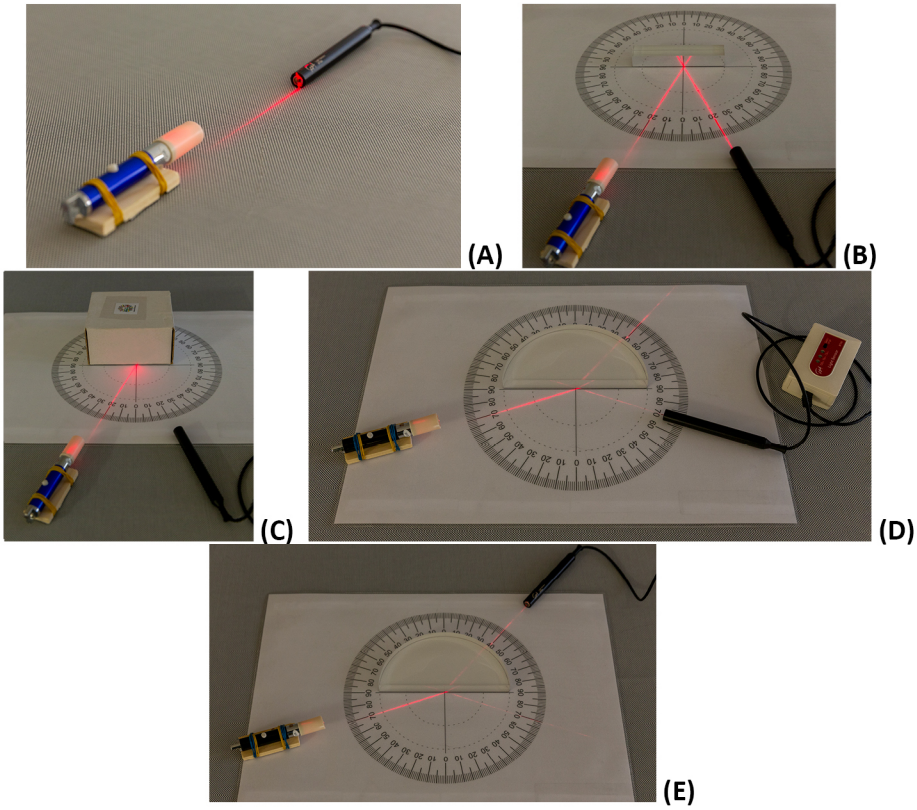
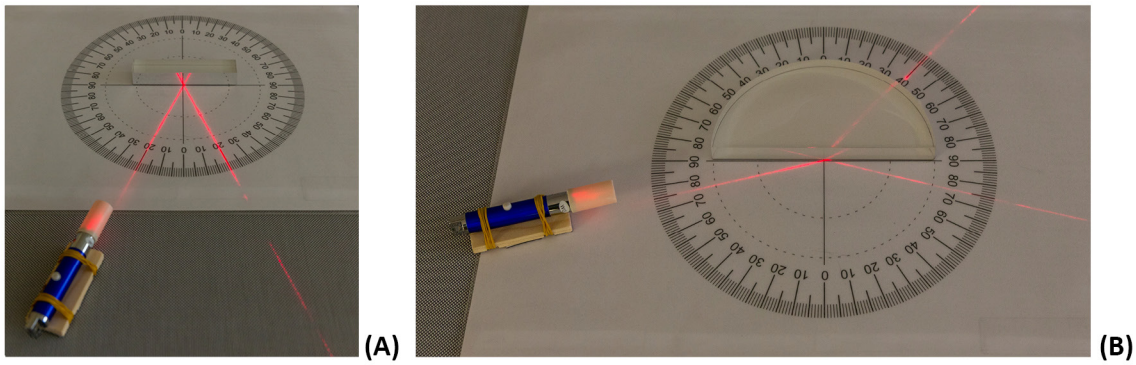
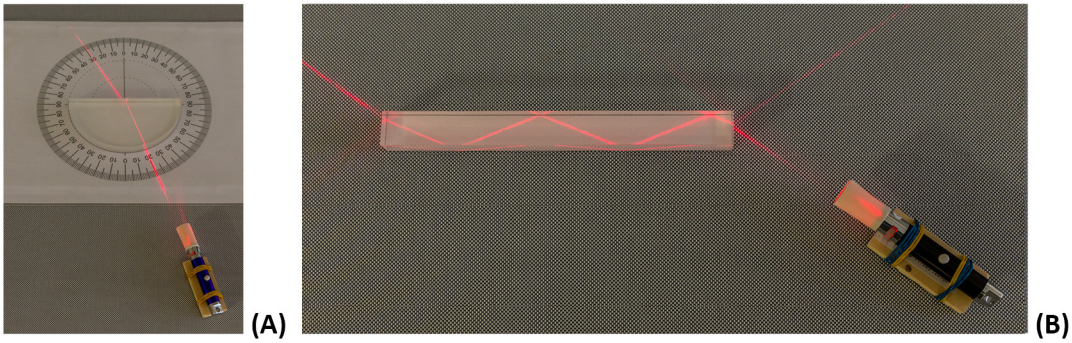


Figura 2 – Exemplos de montagens para o objetivo 1. (A) Medição da iluminância do raio incidente, (B) Medição da iluminância do raio refletido no espelho, (C) Medição da iluminância da luz refletida no cartão, (D) Medição da iluminância do raio refletido no acrílico semicircular, (E) Medição da iluminância do raio refratado no acrílico semicircular.



(A) (B)

Figura 3 – Montagem para os objetivos 2, 3 e 4. (A) Espelho plano, (B) Placa semicircular.

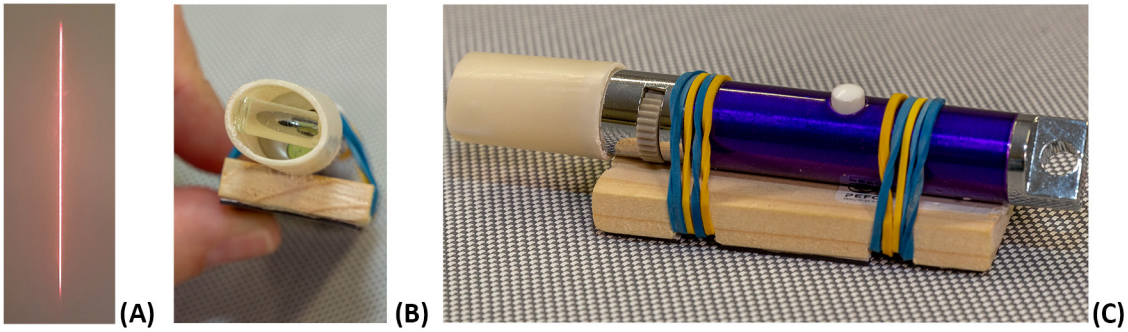


(A) (B)

Figura 4 – (A) Montagem para a obtenção do ângulo crítico. (B) Trajeto da luz ao longo do interior do acrílico que simula a fibra ótica.

5 – Sugestões e notas gerais

- Para o feixe do laser ser visível ao longo do trajeto, o pequeno círculo vermelho refletido numa parede perpendicular ao feixe deve ser transformado numa linha vertical (figura 5A). Para se obter essa linha deve-se colocar, na parte frontal do laser, uma lente cilíndrica (pequeno pedaço de uma vareta de vidro) (figura 5B).
- Para garantir a estabilidade e a direcionalidade do feixe, o laser deve estar fixo a um suporte (figura 5C).



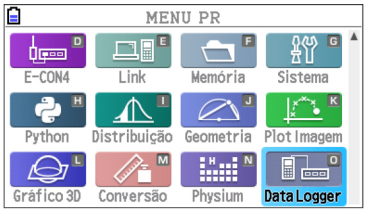
(A) (B) (C)

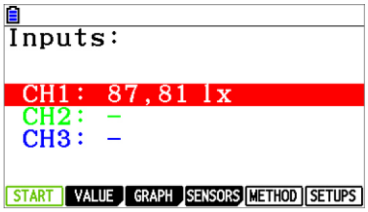
Figura 5 – Pormenor do ponteiro laser para obter uma linha vertical quando o feixe incide numa parede. (A) Linha vertical do feixe depois de atravessar a lente (vareta), (B) Vareta na parte frontal do laser, (C) Laser e respetivo suporte.

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

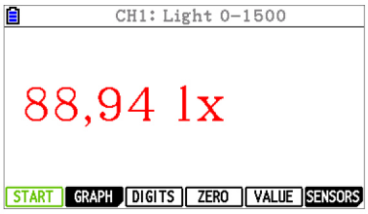
6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

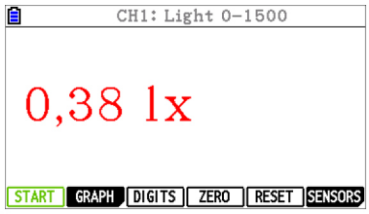
Entrar no menu *Data Logger*. Se o sensor de luz estiver ligado ao canal 1 do CLAB, no canal 1 do ecrã da calculadora fica visível o valor da iluminância de fundo.

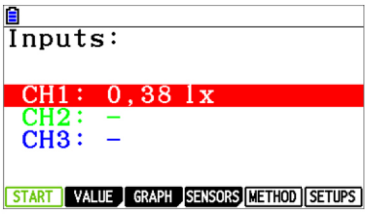




Para eliminar a iluminância de fundo das medidas deve ajustar-se o sensor para "zero". Para tal deve pressionar F5 (VALUE). Escolher F4 (ZERO). EXIT, para voltar ao ecrã anterior. No ecrã da calculadora aparece um valor próximo de zero. Como a luz que chega ao sensor varia constantemente, o valor indicado pelo sensor não é constante.







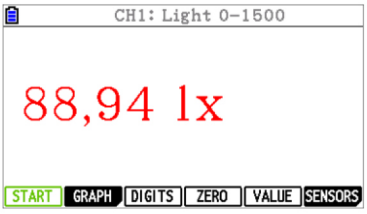
Para desfazer este ajuste, usar a opção F5 (RESET). Esta opção só está ativa caso tenha havido algum ajuste para zero.

O sensor de luz BT50i mede a iluminância da luz em três faixas:

- 0 … 1 500 lux;
- 0 … 15 000 lux;
- 0 … 150 000 lux.

A faixa desejada pode ser selecionada pressionando um interruptor localizado na lateral da caixa do sensor. Um díodo verde indica a faixa selecionada. A faixa de 0 a 1 500 lux é a faixa mais sensível e é adequada para níveis baixos de luz. A faixa de 0 a 15 000 lux é uma faixa de uso geral em ambientes interiores. A faixa de 0 a 150 000 lux é adequada para medições em ambientes exteriores.

Nesta atividade não é necessário proceder a configurações no *Data Logger.* As medidas da iluminância são apresentadas no ecrã da calculadora.

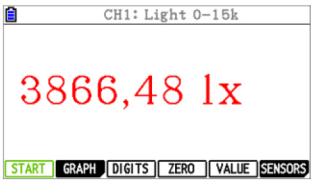
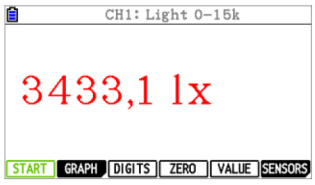
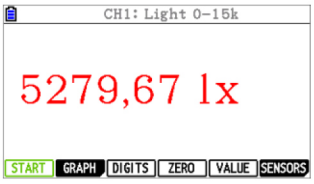
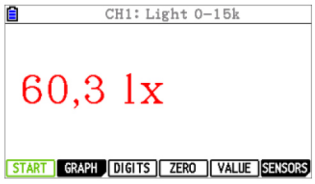
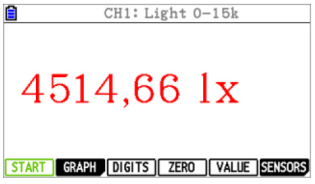
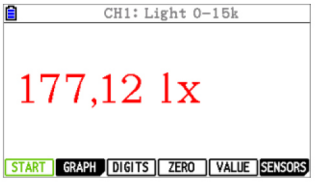
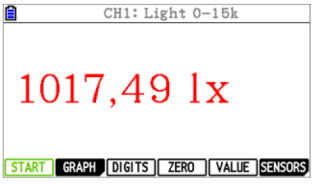
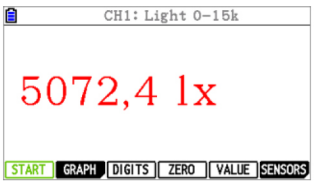
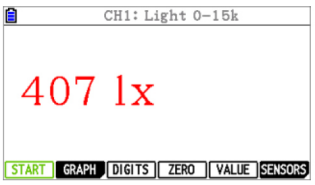
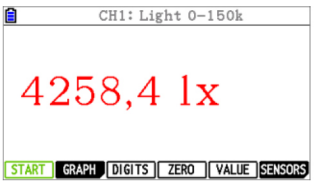
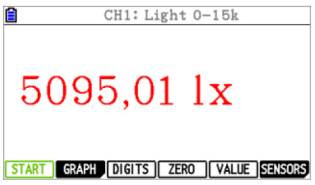
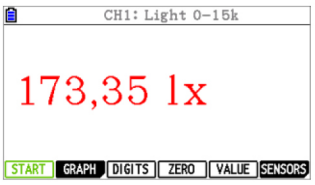
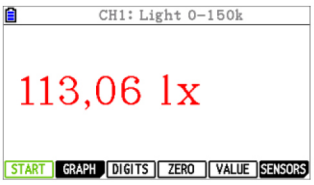


7 - Tratamento dos dados

Objetivo 1- Avaliar a capacidade refletora e a transparência de diversos materiais quando neles se faz incidir luz e a diminuição da intensidade do feixe ou a mudança da direção do feixe de luz.

Os valores para a iluminância dos raios incidentes e dos raios refletidos e refratados em diversos materiais constam na tabela 1.

Tabela 1 - Iluminância dos raios incidentes e dos raios refletidos e refratados em diversos materiais.

Material	Raio incidente	Raio refletido	Raio refratado
Espelho			Não existe
Cartão branco			Não existe
Placa semicircular			
Acrílico vermelho			
Acrílico azul			

Objetivos 2 e 3 - Medir ângulos de incidência e de reflexão, relacionando-os. Medir ângulos de incidência e de refração.

Os ângulos de incidência e de reflexão obtidos num espelho contam na tabela 2.

Tabela 2 - Ângulos de incidência e de reflexão num espelho.

Ângulo de incidência / º	Ângulo de reflexão / º
20,0	20,0
30,0	30,0
40,0	40,0
50,0	50,0
60,0	60,0
70,0	70,0

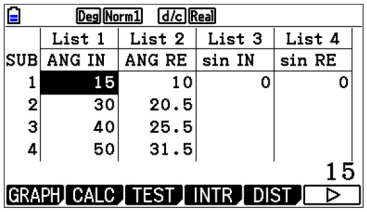
Os ângulos de incidência e de refração obtidos na placa semicircular constam da tabela 3.

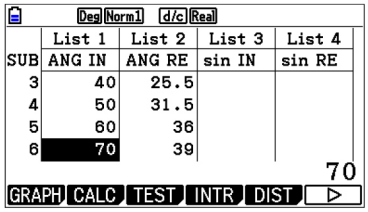
Tabela 3 - Ângulos de incidência e de refração na placa semicircular.

Ângulo de incidência / º	Ângulo de refração / º
15,0	10,0
30,0	20,5
40,0	25,5
50,0	31,5
60,0	36,0
70,0	39,0

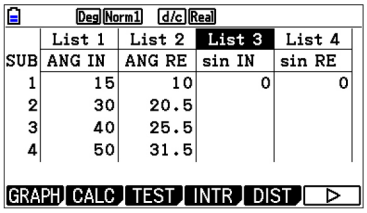
Objetivo 4 - Construir o gráfico do seno do ângulo de refração em função do seno do ângulo de incidência, determinar a equação da reta de ajuste e, a partir do seu declive, calcular o índice de refração do meio em relação ao ar.

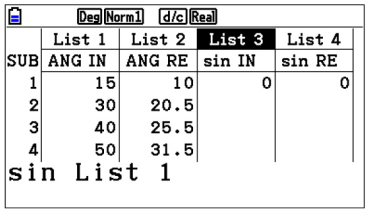
Na lista 1 introduzir os valores dos ângulos de incidência e na lista 2 introduzir os valores dos ângulos de refração, constantes na tabela 3.

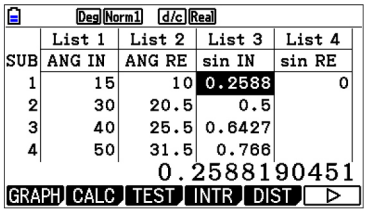


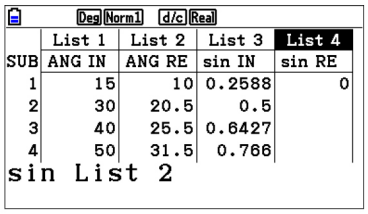


A lista 3 irá conter o seno do ângulo de incidência e a lista 4 o seno do ângulo de refração. Para efetuar este cálculo, colocar o cursor em cima da lista 3 e escrever *sin List 1* sin SHIFT 1 1 EXE. O processo é idêntico para o cálculo do ângulo de refração.



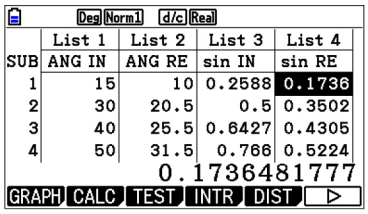






	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	ANG IN	ANG RE	sin IN	sin RE
1	15	10	0.2588	0
2	30	20.5	0.5	
3	40	25.5	0.6427	
4	50	31.5	0.766	

sin List 2

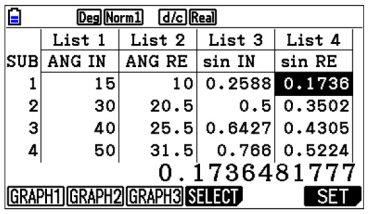


	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	ANG IN	ANG RE	sin IN	sin RE
1	15	10	0.2588	0.1736
2	30	20.5	0.5	0.3502
3	40	25.5	0.6427	0.4305
4	50	31.5	0.766	0.5224

0.1736481777

GRAPH CALC TEST INTR DIST ▷

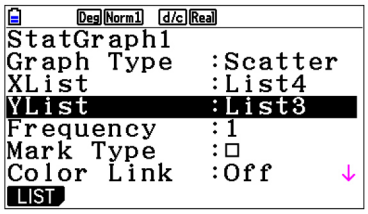
Para desenhar o gráfico de dispersão pressionar F1 (GRAPH) e definir o gráfico em F6 (SET). Se, por exemplo, pretender representar o seno do ângulo de incidência em função do seno do ângulo de refração, solicitar que no eixo dos *xx* seja representada a lista 4 e no eixo dos *yy* seja representada a lista 3. Depois de configurado, regressar ao ecrã anterior e pressionar F1 (GRAPH1).



	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	ANG IN	ANG RE	sin IN	sin RE
1	15	10	0.2588	0.1736
2	30	20.5	0.5	0.3502
3	40	25.5	0.6427	0.4305
4	50	31.5	0.766	0.5224

0.1736481777

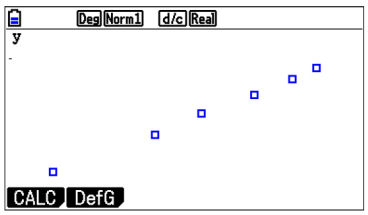
GRAPH1 GRAPH2 GRAPH3 SELECT SET



StatGraph1
Graph Type :Scatter
XList :List4
YList :List3
Frequency :1
Mark Type :□
Color Link :Off ↓

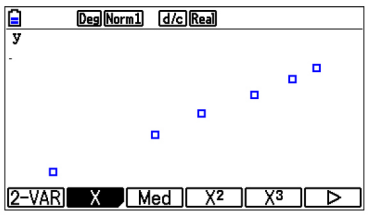
LIST

O gráfico de dispersão é desenhado. Pressionar F1 (CALC), seguido de F2 (X) e F1 (ax+b) para obter os parâmetros da regressão linear.



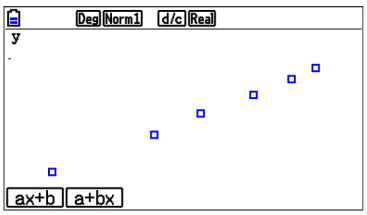
y

CALC DefG



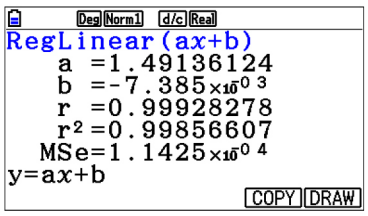
y

2-VAR X Med X² X³ ▷



y

ax+b a+bx

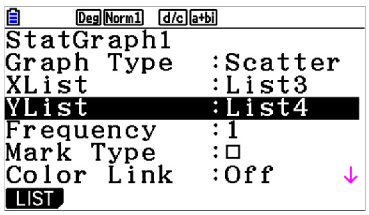


RegLinear(ax+b)
a =1.49136124
b =-7.385×10^03
r =0.99928278
r² =0.99856607
MSe=1.1425×10^04
y=ax+b

COPY DRAW

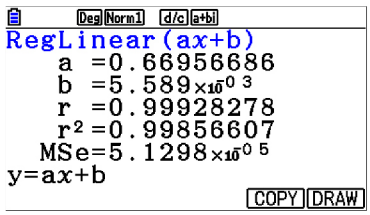
Neste caso o parâmetro *a*, de valor 1,49, corresponde ao índice de refração do acrílico em relação ao ar.

Se for construído o gráfico do seno do ângulo de refração em função do seno do ângulo de incidência, o valor do mesmo parâmetro é igual ao inverso do índice de refração do acrílico em relação ao ar.



StatGraph1
Graph Type :Scatter
XList :List3
YList :List4
Frequency :1
Mark Type :□
Color Link :Off ↓

LIST



RegLinear(ax+b)
a =0.66956686
b =5.589×10^03
r =0.99928278
r² =0.99856607
MSe=5.1298×10^05
y=ax+b

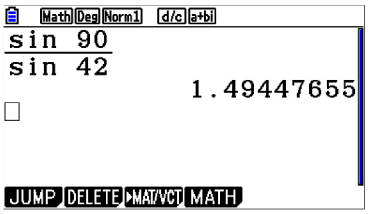
COPY DRAW

Objetivo 5 - Prever qual é o ângulo crítico de reflexão total entre o meio e o ar e verificar o fenómeno da reflexão total para ângulos de incidência superiores ao ângulo crítico, observando o que acontece à luz enviada para o interior de uma fibra ótica.

De acordo com a figura 6 o ângulo crítico é 42°. A partir deste ângulo pode-se obter o índice de refração do acrílico em relação ao ar através Lei de Snell-Descartes.

$$n_{acrílico}\,\sin\alpha_{acrílico} = n_{ar}\,\sin\alpha_{ar} \Leftrightarrow \frac{n_{acrílico}}{n_{ar}} = \frac{\sin\alpha_{ar}}{\sin\alpha_{acrílico}} \Leftrightarrow \frac{n_{acrílico}}{n_{ar}} = \frac{\sin 90°}{\sin 42°} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{n_{acrílico}}{n_{ar}} = 1{,}49$$



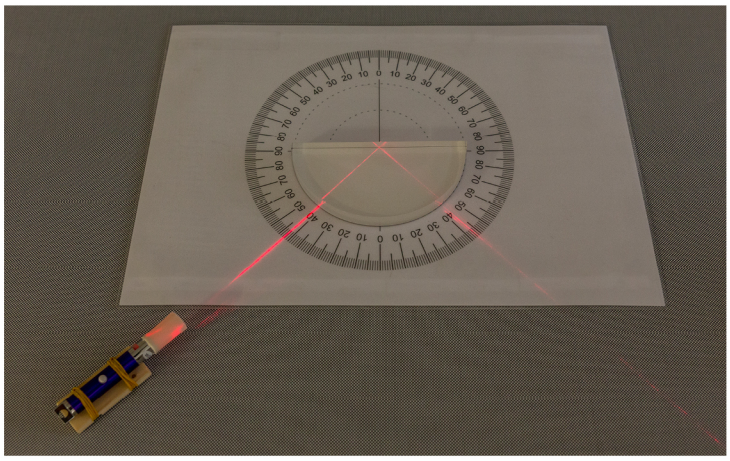


Figura 6 – Obtenção do ângulo crítico.

A figura 7 mostra o que acontece à luz enviada para o interior de uma fibra ótica (reflexão total).

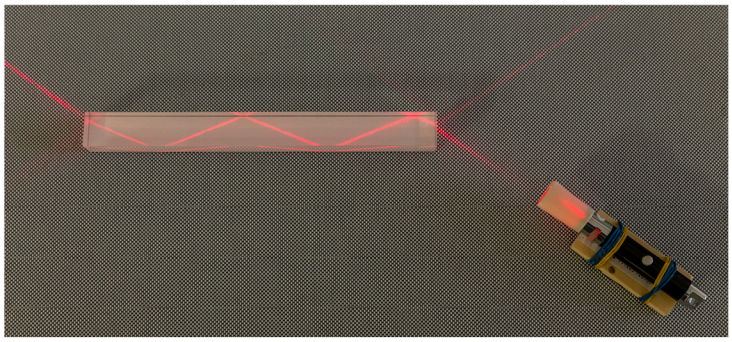


Figura 7 – Luz no interior de uma fibra ótica.

A figura 8 mostra que a luz que incide numa ponta de um varão de vidro dobrado propaga-se ao longo deste, sofrendo sucessivas reflexões totais no interior, aparecendo na outra ponta.

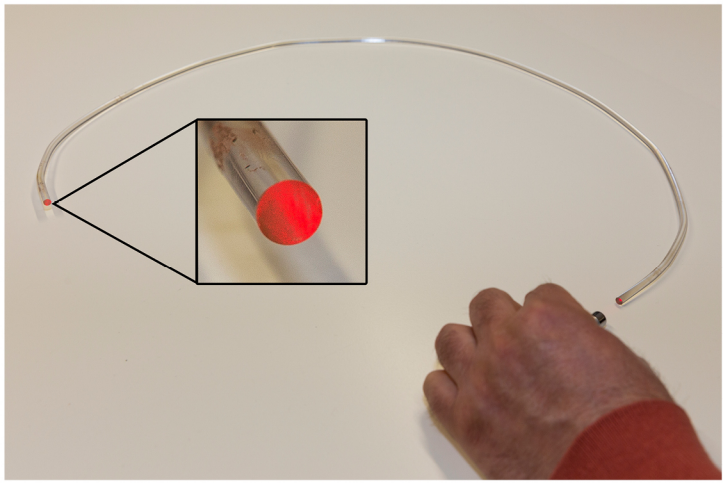


Figura 8 – Propagação da luz no interior de um varão de vidro dobrado.

8 – Conclusões

Verifica-se que a luz do laser tem comportamento diferente quando incide em diferentes superfícies.
Através do sensor de luz pode-se avaliar, quantitativamente, a capacidade refletora (superior no espelho) e a transparência (superior no acrílico vermelho) dos materiais.
No caso do cartão a luz é refletida em várias direções (fenómeno de difusão).
Verifica-se que as amplitudes dos ângulos de incidência e de reflexão são iguais.
Para ângulos de incidência superiores a 42° ocorre reflexão total na placa de acrílico.
O traçado da reta de regressão linear, com um coeficiente de correlação próximo de 1, permite verificar que o seno do ângulo de refração é diretamente proporcional ao seno do ângulo de incidência.
Através do ângulo crítico e da construção de gráficos, o valor obtido para o índice de refração do acrílico em relação ao ar é igual ao do fabricante (1,49).
Numa placa de acrílico retangular comprida (modelo de fibra ótica), num varão de vidro dobrado e numa fibra ótica, foi possível visualizar o que acontece à luz enviada para o interior destes materiais. Os fenómenos observados podem ser explicados pela transparência dos materiais e pelas sucessivas reflexões totais.

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

9 – Outra possível situação a explorar

Com o sensor de luz pode-se investigar como varia a iluminância com a distância a uma fonte luminosa (figura 9).

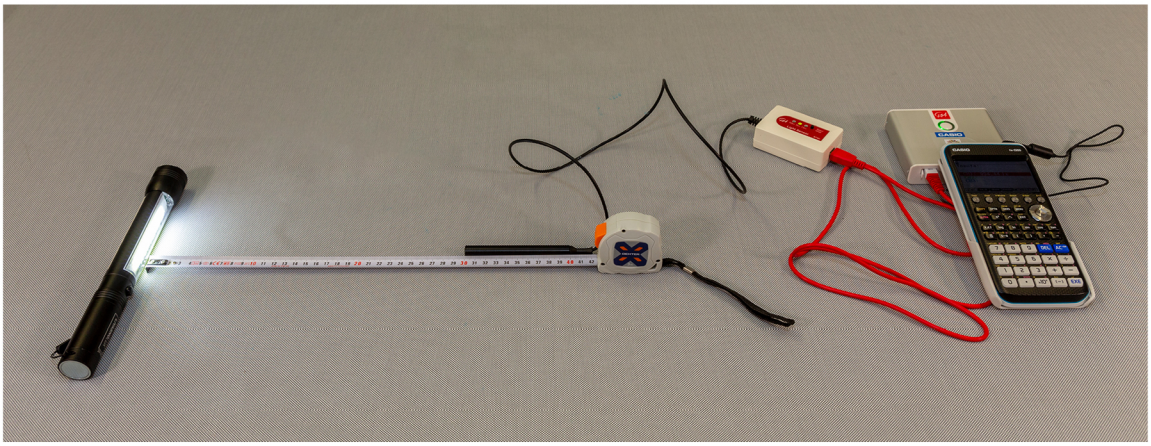
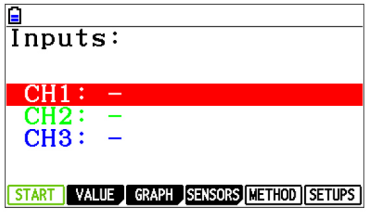
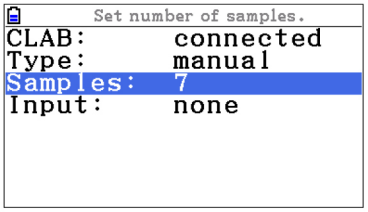
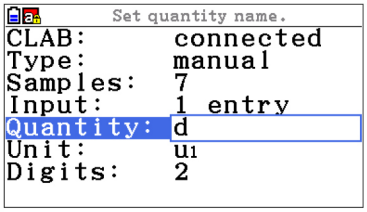


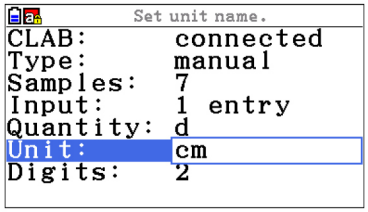
Figura 9 – Material e montagem para o estudo da iluminância com a distância ao emissor.

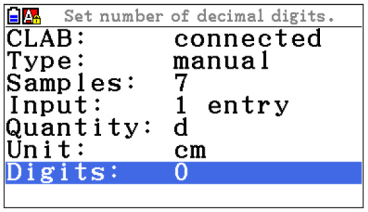
Na opção [F5] (METHOD), em *Type*, selecionar manual [F1], número de recolhas [7] e escolher a entrada manual de um valor (*Input: 1 entry*). Definir "d" para a quantidade e "cm" para a unidade. É possível indicar que não queremos colocar casas decimais. Regressar ao ecrã anterior [EXIT].



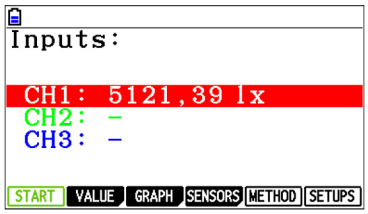




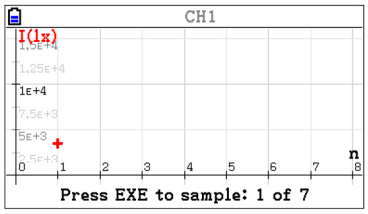


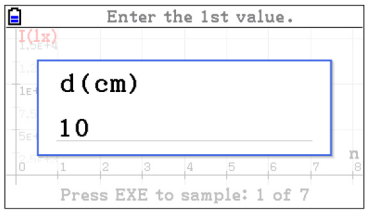


Para começar a recolha de dados, pressionar [F1] (START).

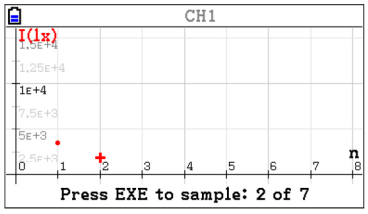


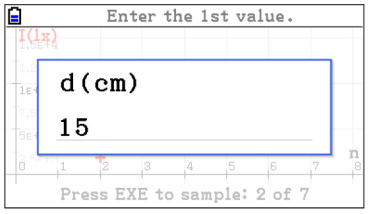
Colocar o sensor a uma distância de 10 cm da lanterna. Pressionar [EXE] para a calculadora registar a iluminância. De seguida, colocar a distância manualmente. Pressionar [EXE] para memorizar.





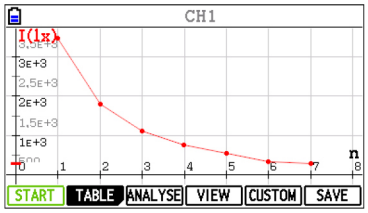
Afasta-se o sensor de luz da fonte, colocando-o a 15 cm de distância. Repetem-se os passos anteriores.



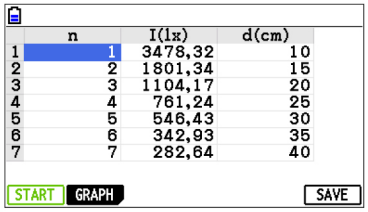


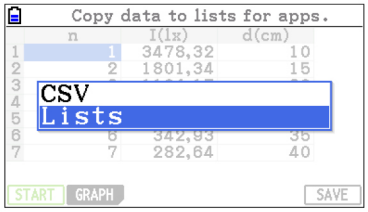
Proceder do mesmo modo para, por exemplo, 20, 25, 30, 35 e 40 cm.

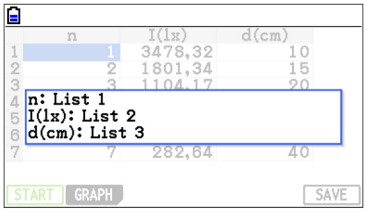
Quando terminar a recolha dos 7 pontos, visualiza-se um gráfico que mostra a iluminância a diminuir ao longo do número da amostra (iluminância diminuiu com a distância à lanterna).



Para obter a tabela pressionar F2 (TABLE). Para exportar os dados para o menu da estatística selecionar F6 (SAVE), escolher "*Lists*" e pressionar EXE para os guardar nas listas.

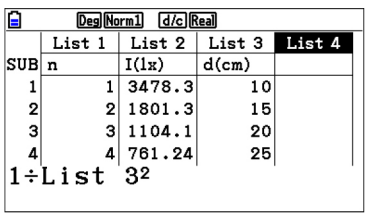


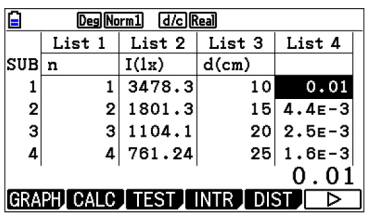


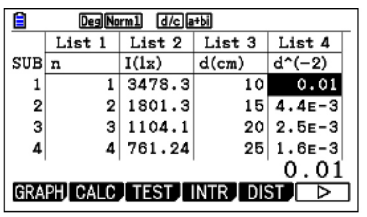


No menu da estatística é possível verificar, através do gráfico da iluminância em função do inverso do quadrado da distância, $I = f(d^{-2})$, a relação linear que existe entre estas duas grandezas. A ordenada na origem corresponde à iluminância ambiente.

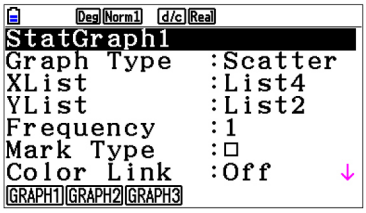
A lista 4 vai conter os valores de $\frac{1}{d^2}$ e para tal temos de colocar o cursor em cima da lista 4 e escrever 1 ÷ SHIFT 1 3 x^2 EXE.

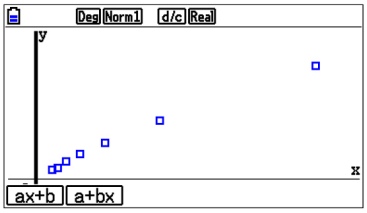


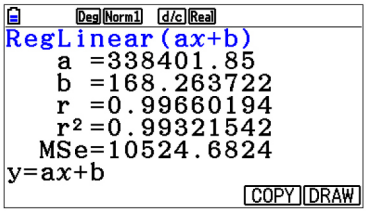




Para obter o gráfico pressionar F1 (GRAPH) e definir as listas em F6 (SET). Depois de obter o gráfico de dispersão, fazer a regressão linear e obter os parâmetros da regressão.







Pode verificar-se que a relação obtida é linear e que a iluminância de fundo é 168 lux.

APSA 11Q 1 – Constante de acidez

1 – Aprendizagens Essenciais

Relacionar as concentrações de equilíbrio das espécies químicas envolvidas na ionização de ácidos monopróticos fracos (ou de bases) com o pH e a constante de acidez (ou basicidade), tendo em consideração a estequiometria da reação.

2 – Objetivos (com base nas metas curriculares revogadas pelo Despacho n.º 6605-A/2021)

1 - Medir os valores de pH das soluções, para uma mesma temperatura.
2 - Determinar o valor da constante de acidez a partir do pH e da concentração inicial de cada uma das soluções.
3 - Comparar os valores obtidos da constante de acidez com valores tabelados e avaliar os resultados.

3 – Material

- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 Sensor de pH (BT61i) + elétrodo de pH (031)
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Cabo BT – IEEE1394 (cabo que liga o sensor BT ao CLAB)
- 1 Sensor de temperatura (BT01, incluído no CLAB)
- 1 Esguicho
- 9 Copos de precipitação de 50 mL
- 1 Copo de precipitação de 250 mL
- Ácido acético (soluções aquosas de ácido acético de concentrações 0,010 mol dm^{-3}, 0,050 mol dm^{-3} e 0,100 mol dm^{-3})
- Soluções tampão de pH 4 e 7 e copos de precipitação para calibrar o sensor de pH
- Água destilada

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

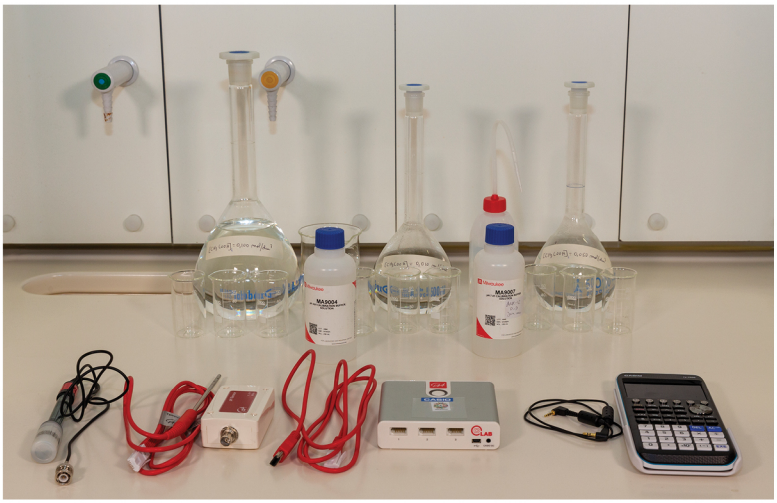


Figura 1 – Material necessário para a atividade prática de sala de aula.

4 – Montagem do material

Nesta atividade prática de sala de aula (APSA) pretende-se determinar o valor da constante de acidez a partir do pH e da concentração inicial de cada uma das soluções, de acordo com a montagem da figura 2.

Ligar os instrumentos de acordo com as seguintes indicações (figura 2):

- O CLAB deve estar ligado à calculadora através do cabo SB-62;
- O cabo BT – IEEE1394 liga ao sensor de pH e ao canal 1 do CLAB;
- O elétrodo de pH liga ao sensor de pH;
- O sensor de temperatura liga ao canal 2 do CLAB.

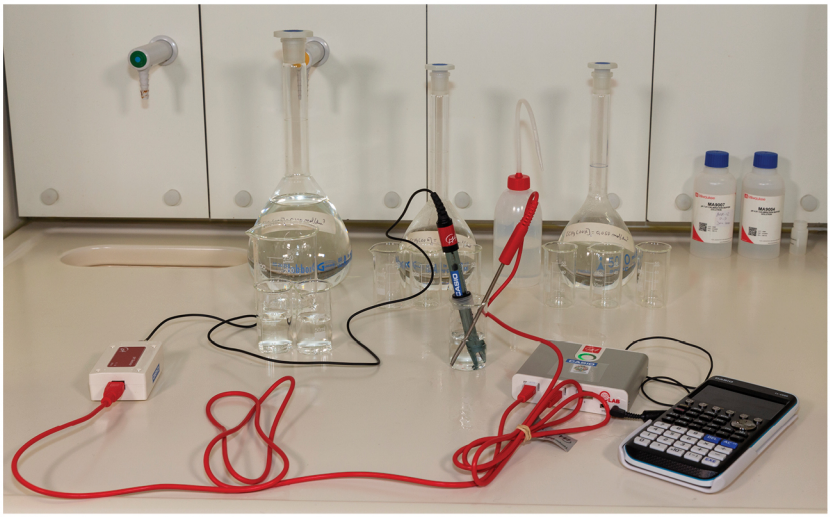


Figura 2 – Montagem do material.

5 – Sugestões e notas gerais

- Quando dissolvido em água, o ácido acético ioniza-se de acordo com:

$$CH_3COOH\ (aq) + H_2O\ (l) \rightleftharpoons CH_3COO^-\ (aq) + H_3O^+\ (aq)$$

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

Se considerarmos que o ião H_3O^+ na solução é proveniente apenas da ionização do ácido acético, então $[H_3O^+]_e = [CH_3COO^-]_e$.
A constante de acidez, K_a, pode ser determinada através de

$$K_a = \frac{[CH_3COO^-]_e \times [H_3O^+]_e}{[CH_3COOH]_e} = \frac{[H_3O^+]_e^2}{[CH_3COOH]_e} = \frac{(10^{-pH})^2}{[CH_3COOH]_e} \qquad (1)$$

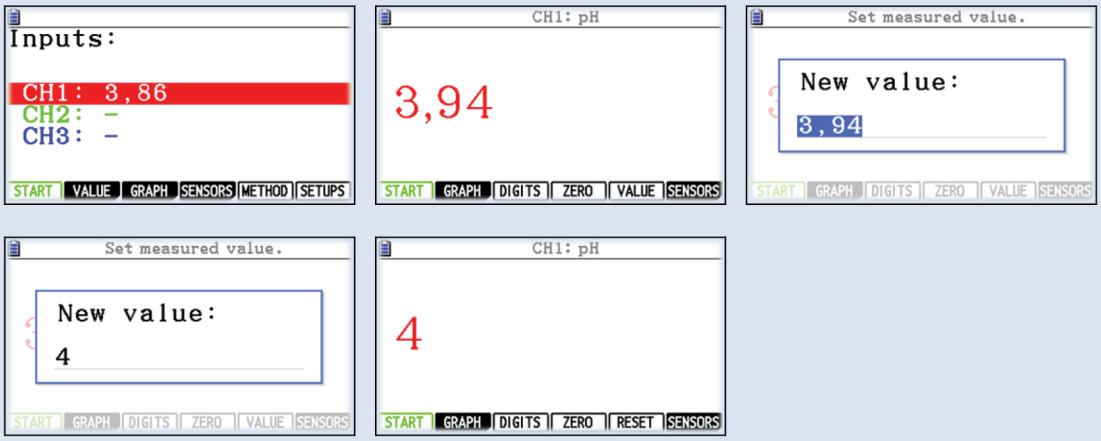
onde $[CH_3COOH]_e = [CH_3COOH]_i - [H_3O^+]_e$.
- Segundo Harned e Echlers (1933)[1], a constante de acidez do ácido acético, a 25 °C, tem o valor de $1{,}75 \times 10^{-5}$ e varia muito pouco entre 15 °C e 30 °C (tabela 1), pelo que a temperatura da solução não é um fator de erro significativo.

Tabela 1 – Constante de acidez do ácido acético para temperaturas entre 15 °C e 35 °C.

T / °C	15	20	25	30	35
K_a	$1{,}745 \times 10^{-5}$	$1{,}753 \times 10^{-5}$	$1{,}754 \times 10^{-5}$	$1{,}750 \times 10^{-5}$	$1{,}728 \times 10^{-5}$

- Como os valores do pH a medir estão compreendidos entre 2 e 4, o sensor deve ser calibrado com as soluções tampão de pH 4 e 7. A deficiente calibração do sensor é a principal fonte de erro desta atividade.

Nota - Para calibrar o sensor de pH, colocar o elétrodo mergulhado numa solução tampão, por exemplo uma solução de pH 4. Se verificar que o valor apresentando não corresponde ao pH da solução, pressionar F2 (VALUE), F5 (VALUE), introduzir o algarismo 4 e pressionar EXE.

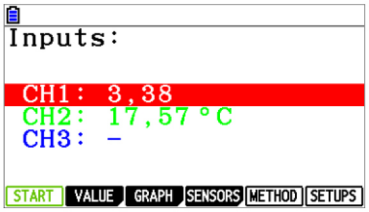


- Utilizar pelo menos três soluções com concentrações diferentes (soluções aquosas de ácido acético, de concentrações 0,010 mol dm^{-3}, 0,050 mol dm^{-3} e 0,100 mol dm^{-3}).

6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

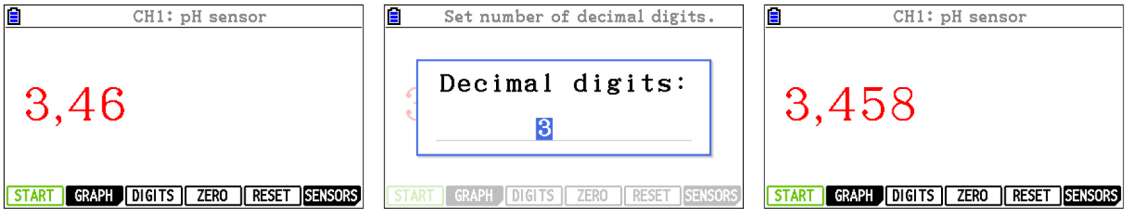
Ligar o sensor de pH ao canal 1 e o sensor de temperatura ao canal 2. Os valores medidos pelos sensores ficam visíveis no ecrã da calculadora.

[1] Harned, H.S. and Echlers, R.W. (1933). The Dissociation Constant of Acetic Acid from 0 to 60° Centigrade. *Journal of the American Chemical Society*, 55, 652-656.



De acordo com a equação (1), pequenas variações de pH produzem variações significativas do K_a. Assim, optou-se por medir o pH com três casas decimais.

Com o cursor sobre o CH1 (canal do sensor de pH), na opção [F2](VALUE), escolher [F3] (DIGITS), introduzir [3] [EXE]. A calculadora passa a registar o valor de pH com 3 casas decimais.

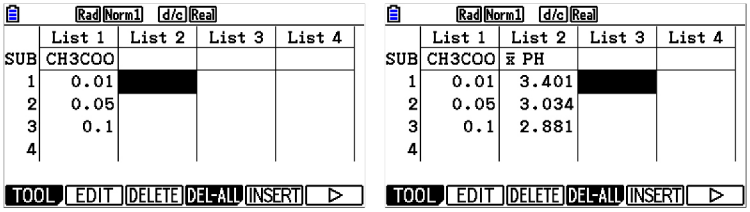


Para as diferentes concentrações de ácido acético, obtiveram-se os valores de pH indicados na tabela 2.

Tabela 2 – Valores de pH para as concentrações de ácido acético.

$[CH_3COOH]_i$ / (mol dm^{-3})	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3
0,010	CH1: pH sensor 3,394	CH1: pH sensor 3,399	CH1: pH sensor 3,409
0,050	CH1: pH sensor 3,039	CH1: pH sensor 3,034	CH1: pH sensor 3,029
0,100	CH1: pH sensor 2,876	CH1: pH sensor 2,881	CH1: pH sensor 2,886

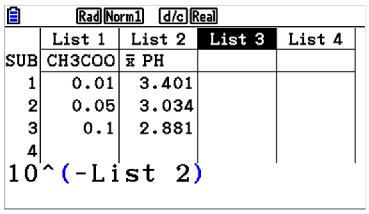
Os dados registados são colocados nas listas do menu estatística.
Colocar na lista 1 a concentração inicial de ácido acético, $[CH_3COOH]_i$, e na lista 2 os valores médios de pH.

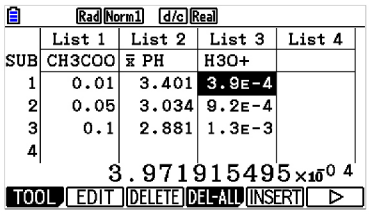


7 - Tratamento dos dados

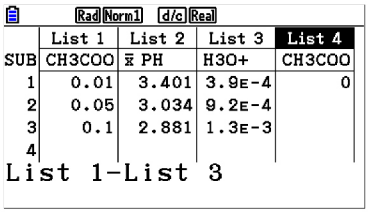
A incerteza de leitura do sensor de pH é 0,005.
Temperatura das soluções de ácido acético: $T = (17{,}57 \pm 0{,}01)$ °C.

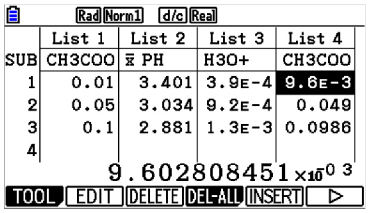
A lista 3 vai conter $[H_3O^+]_e$. Colocar o cursor sobre a lista 3 e escrever 10^{-List2} (1 0 ^ ((−) SHIFT 1 2) EXE).



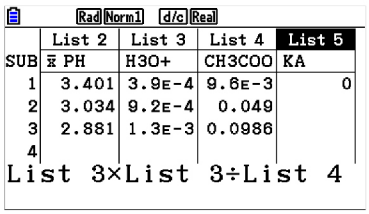


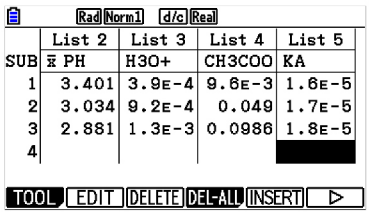
A lista 4 corresponde à concentração do ácido em equilíbrio, $[CH_3COOH]_e$. Com o cursor sobre a lista 4 escrever SHIFT 1 1 (−) SHIFT 1 3 EXE (*List* 1 – *List* 3).





A lista 5 corresponde ao valor de K_a. Colocar o cursor sobre a lista 5 e escrever SHIFT 1 3 × SHIFT 1 3 ÷ SHIFT 1 4 EXE (*List* 3 x *List* 3 / *List* 4).





Os valores obtidos na calculadora gráfica constam na tabela 3.

Tabela 3 – pH e valores da constante de acidez obtidos para diferentes concentrações iniciais de ácido acético.

$[CH_3COOH]_i$ / mol dm^{-3}	pH	$\overline{pH}$	$[H_3O^+]_e$ / mol dm^{-3}	$[CH_3COOH]_e$ / mol dm^{-3}	K_a
0,010	3,394 3,399 3,409	3,401	0,000397	0,00960	$1{,}6\times10^{-5}$
0,050	3,039 3,034 3,029	3,034	0,000925	0,0491	$1{,}7\times10^{-5}$
0,100	2,876 2,881 2,886	2,881	0,00132	0,0987	$1{,}8\times10^{-5}$

Tendo em consideração os algarismos significativos, o valor médio da constante de acidez é $1{,}7 \times 10^{-5}$.

O valor tabelado da constante de acidez para temperaturas entre 15 °C e 25 °C é $1{,}75 \times 10^{-5}$.
O erro relativo percentual para o valor encontrado é

$$\text{Erro percentual} = \left|\frac{1{,}7\times10^{-5}-1{,}75\times10^{-5}}{1{,}75\times10^{-5}}\right| \times 100 = 2{,}9\%,$$

e a constante de acidez,

$$K_a = 1{,}7 \times 10^{-5} \pm 2{,}9\%.$$

8 - Conclusões

Com o procedimento proposto foi possível atingir os objetivos da atividade e obter resultados de acordo com as previsões teóricas.
O valor obtido para a constante de acidez apresenta um baixo erro relativo percentual (inferior a 5%).
Nesta atividade, algumas causas de erro podem estar associadas às seguintes situações:
- Deficiente calibração do sensor de pH;
- Erros do operador na preparação das soluções pretendidas e na medição do valor do pH;
- Impurezas dos reagentes.

AL 11Q 2 – Titulação ácido-base

1 – Aprendizagens Essenciais

Planear e realizar uma titulação ácido-base, interpretando o significado de neutralização e de ponto de equivalência.

2 – Objetivos (com base nas metas curriculares revogadas pelo Despacho n.º 6605-A/2021)

1 - Descrever a titulação ácido-base como uma técnica analítica na qual se fazem reagir entre si soluções aquosas de ácidos e de bases e que permite determinar a composição quantitativa de uma dessas soluções.
2 - Distinguir titulante de titulado.
3 - Traçar a curva de titulação a partir de valores de pH medidos.
4 - Determinar graficamente o valor de pH no ponto de equivalência e o volume de titulante gasto até ser atingido esse ponto.
5 - Determinar a concentração da solução titulada.

3 – Material

- Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Sensor de pH (BT61i) + elétrodo de pH (031)
- 1 Cabo BT – IEEE1394 (cabo que liga o sensor de pH ao CLAB)
- 1 Sensor de temperatura (BT01, incluído no CLAB)
- 1 Placa com agitação magnética + barra magnética
- 1 Bureta de 25 mL
- 1 Copo de precipitação de 100 mL
- 1 Pipeta volumétrica de 20,00 mL
- 1 Pompete ou macrocontrolador
- 1 Suporte universal
- 1 Pinça para bureta
- 1 Esguicho
- 1 Funil
- Solução ácida de concentração desconhecida (HCℓ ou HNO_3)
- Solução-padrão de NaOH (aq) ou KOH (aq), 0,100 mol dm^{-3}
- Indicador colorimétrico (fenolftaleína) (facultativo)
- Água desionizada
- Papel absorvente

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias



Figura 1 – Material necessário para a titulação potenciométrica.

4 – Montagem do material

Ligar os sensores de acordo com as seguintes indicações (figura 2):

- O CLAB deve estar ligado à calculadora através do cabo SB-62;
- O cabo BT – IEEE1394 liga ao sensor de pH e ao canal 1 do CLAB;
- O elétrodo de pH liga ao sensor de pH;
- O sensor de temperatura liga ao canal 2 do CLAB.

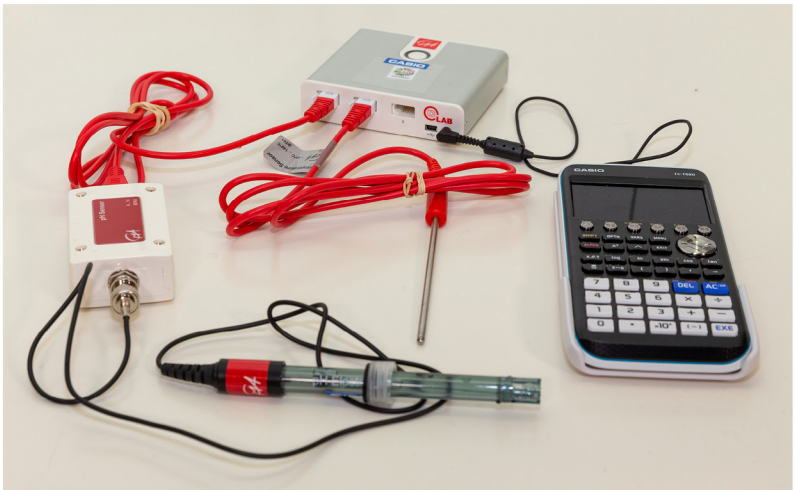
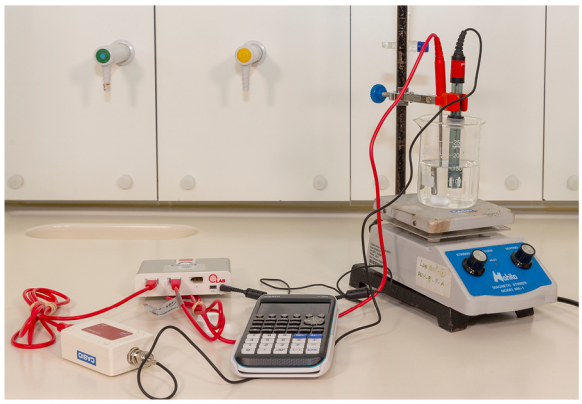
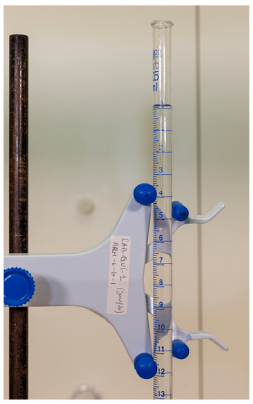


Figura 2 – Ligações entre os instrumentos digitais.

As imagens da figura 3 mostram a montagem para a titulação potenciométrica.


(A)


(B)


(C)

Figura 3 – Montagem do material para a titulação potenciométrica. (A) Ligações entre os instrumentos digitais e copo de precipitação com o titulado, a barra de agitação magnética e o sensor de pH, (B) Varão do suporte universal, pinça para bureta e bureta, (C) Solução ácida de concentração desconhecida, solução-padrão, pompete e pipeta.

5 – Sugestões e notas gerais

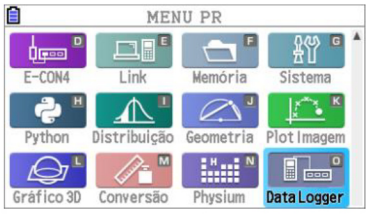
- O sensor de pH deve estar calibrado (consultar nota da página 173). Entre ensaios, deve lavar o sensor em água destilada e secá-lo com papel absorvente.
- Sugere-se que seja realizada uma demonstração do procedimento técnico antes da realização da atividade pelos alunos.
- A titulação a realizar deve ser ácido forte - base forte.
- Na titulação potenciométrica podem ser utilizados, em simultâneo, indicadores colorimétricos.
- Para cada ensaio pipetar 20,00 mL de titulado ($HC\ell$ ou HNO_3) para o copo de 100 mL e adicionar três gotas de indicador ácido-base.
- O elétrodo de pH deve ter a extremidade completamente mergulhada no titulado.
- A barra de agitação magnética deve rodar sem tocar no elétrodo.
- A titulação é um processo de análise quantitativa que exige a medição rigorosa de volumes, pelo que os instrumentos a utilizar são a bureta e a pipeta volumétrica.
- Não é necessário encher a bureta até à marca 0,00 mL. No processo de recolha/introdução manual de dados na calculadora gráfica o volume de titulante gasto deve ser o volume medido ao qual deve ser subtraído o volume inicial.

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

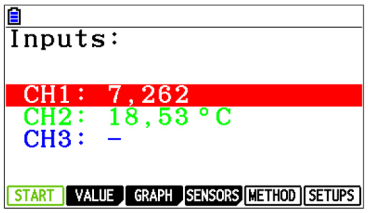
- O volume registado, no processo de recolha de dados com a calculadora, deve ter em conta os algarismos significativos apropriados à escala existente na bureta.
- Adicionar incrementos sucessivos de ~1,00 mL de titulante no início da titulação até o valor de pH ser próximo de 4. Entre o pH 4 e o pH 6, aproximadamente, os incrementos de volume adicionado devem ser inferiores (0,20 a 0,30 mL). Próximo do pH 7 os incrementos devem ser ainda menores (~0,10 mL). A partir do pH 9 pode aumentar-se os incrementos de volume.

6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

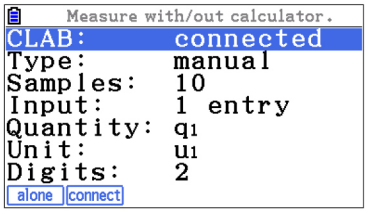
Entrar no menu *Data Logger* da calculadora.

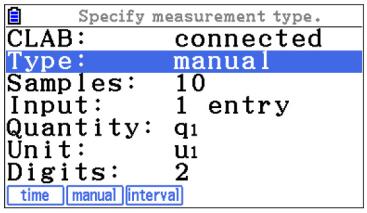


Ligar a calculadora ao CLAB usando o cabo SB-62.
Inserir o cabo do sensor de pH no canal 1 e o cabo do sensor de temperatura no canal 2. Registar o valor da temperatura e de seguida desligar o sensor de temperatura.

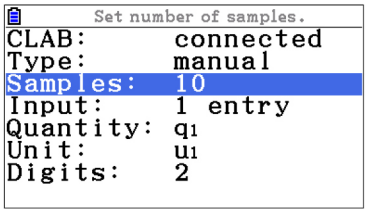


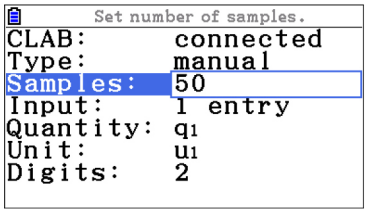
Em F5 (METHOD) configurar a atividade. A opção *Type* deve estar em manual F2.



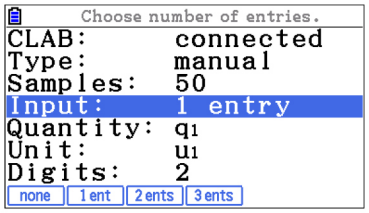


As amostras podem ser 50, mesmo que não se faça as 50 entradas. Pressionar EXE e introduzir 5 0 EXE (*Samples*: 50).

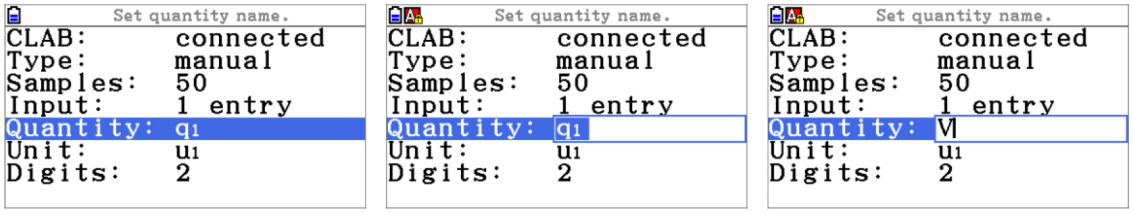




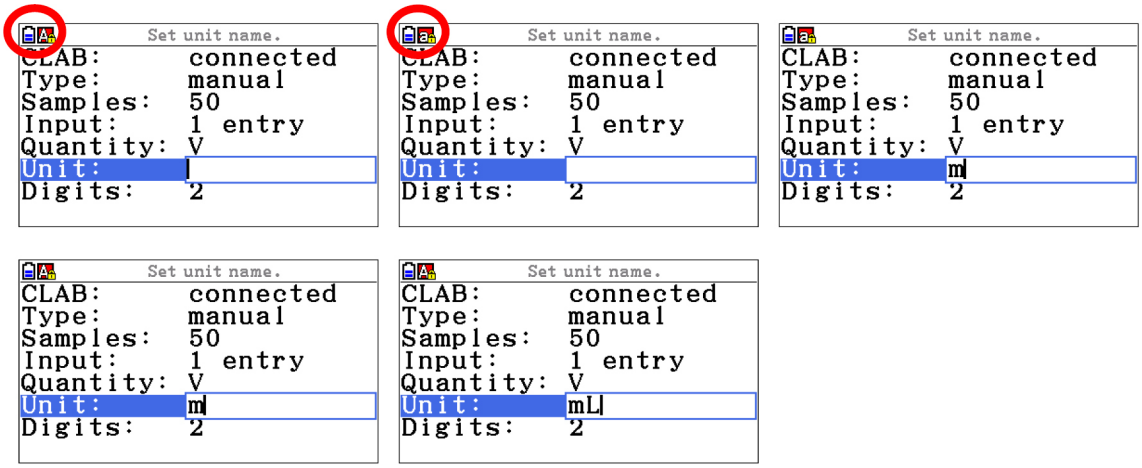
O volume de titulante adicionado ao titulado é introduzido manualmente. Selecionar *Input* e F2 (1 *entry*).



Definir a grandeza física a introduzir manualmente. Em *Quantity*, definir o volume (*V*). Pressionar [EXE], apagar q1 e escrever a letra *V*.



O procedimento para indicar as unidades (*Unit*) de volume (mL) é idêntico. Para escrever "m" é necessário usar a tecla [SHIFT] para alternar entre maiúsculas e minúsculas. O teclado para o alfabeto está bloqueado (ver símbolo A a).

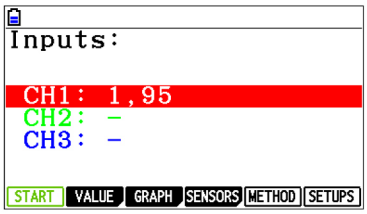


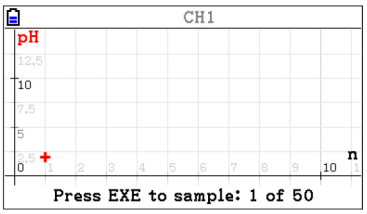
Definir 2 dígitos (*Digits*: 2) para se poder introduzir volumes com dezenas, unidades e duas casas decimais. Pressionar [EXIT] para voltar ao ecrã anterior.

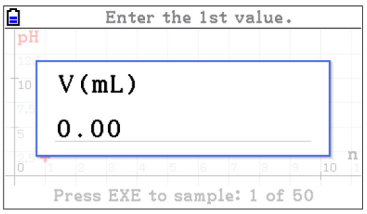
Para iniciar a recolha de dados pressionar [F1] (START). Para registar a primeira amostra do pH pressionar [EXE], introduzir manualmente o volume de titulante gasto (0,00 mL) e pressionar [EXE]. De seguida adicionar o primeiro incremento de volume de titulante (~1,00 mL). Antes de registar os valores da segunda amostra deve-se aguardar que o valor de pH estabilize. Para registar o valor do pH pressionar [EXE], introduzir manualmente o volume de titulante gasto e pressionar [EXE].

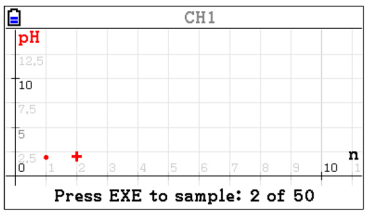
Repetir o processo até terminar a titulação. Após terminar a titulação, pressionar [EXIT] e selecionar *Abort*.

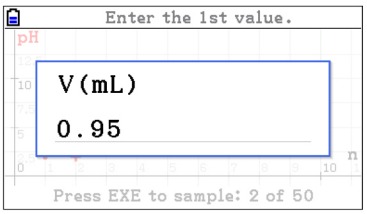
Nota 1 - Adicionar incrementos sucessivos de ~1,00 mL de titulante no início da titulação até o valor de pH ser próximo de 4. Entre o pH 4 e o pH 6, aproximadamente, os incrementos de volume adicionado devem ser inferiores (0,20 a 0,30 mL). Próximo do pH 7 os incrementos devem ser ainda menores (~0,10 mL). A partir do pH 9 pode aumentar-se os incrementos de volume.



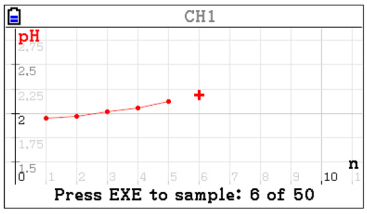


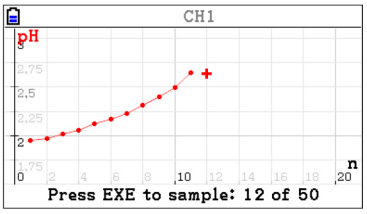


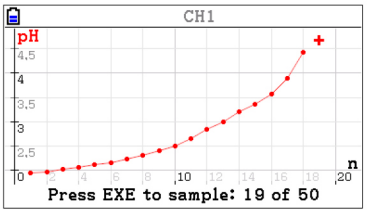


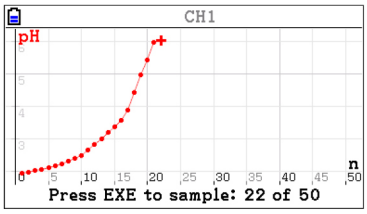


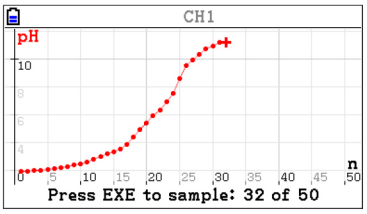
Conforme as amostras vão sendo memorizadas, e o valor do pH vai sendo medido, os eixos do gráfico vão sendo ajustados à janela de visualização.

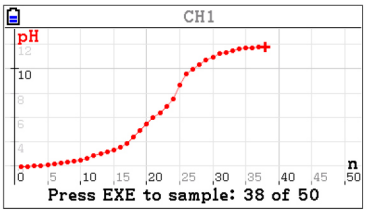


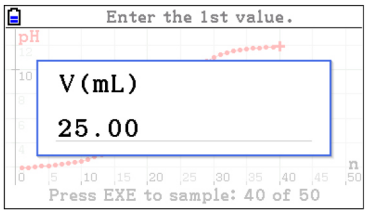


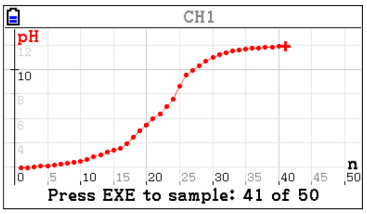




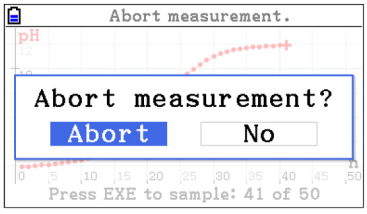


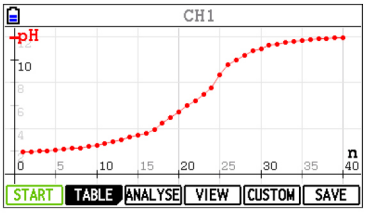






Neste caso, apesar de ainda ser possível registar mais 10 amostras o titulante terminou, pelo que se vai dar como concluída a recolha de dados. Pressionar [EXIT] e selecionar *Abort*.





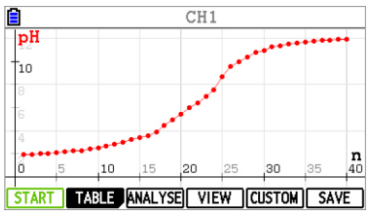
7 - Tratamento dos dados

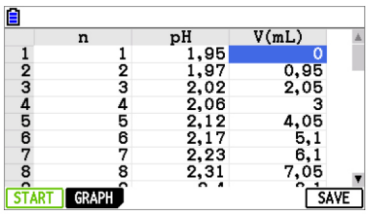
Nesta atividade foram tidos em conta as seguintes características dos instrumentos de medida:

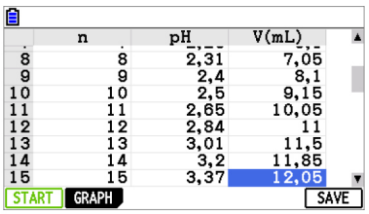
- Incerteza de leitura do sensor de pH: 0,01;
- Incerteza inscrita na pipeta volumétrica: 0,03 mL;
- Menor divisão da escala da bureta: 0,1 mL;
- Incerteza inscrita na bureta: 0,03 mL.

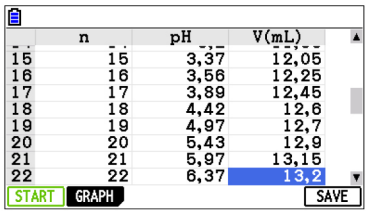
Utilizou-se nas titulações hidróxido de sódio, NaOH, com a concentração de $0{,}100$ mol dm^{-3} ($c(\mathrm{NaOH}) = 0{,}100$ mol dm^{-3}). O volume de titulado (HCℓ) medido foi de $20{,}00$ mL.

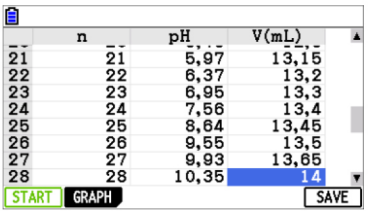
Para visualizar a tabela com os dados da titulação pressionar F2 (TABLE). Usar as teclas do cursor para percorrer a tabela.

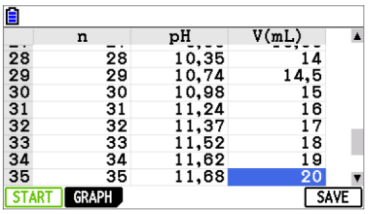


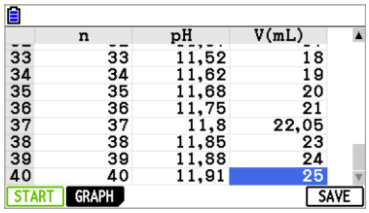




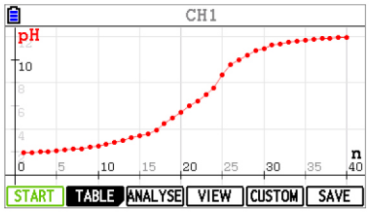


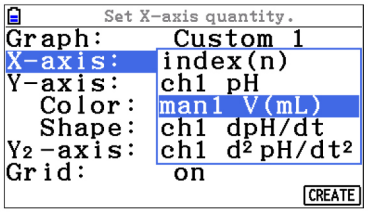


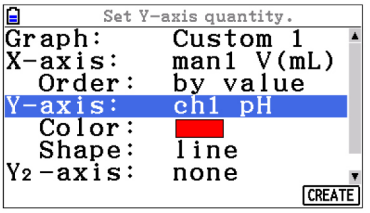




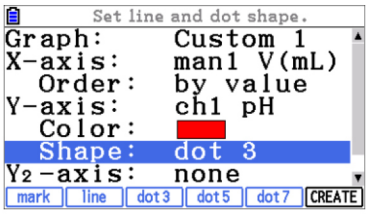
Para obter o gráfico do valor do pH em função do volume de titulante gasto pressionar F5 (CUSTOM). Com o cursor em cima de *X-axis*, pressionar EXE e escolher *man1 V (mL)* usando a seta direcional para baixo ▼. Depois de selecionado pressionar EXE. Em *Y-axis* definir o valor de pH (ch1 pH), do mesmo modo como foi definido para *X-axis*.

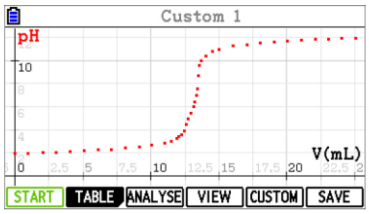




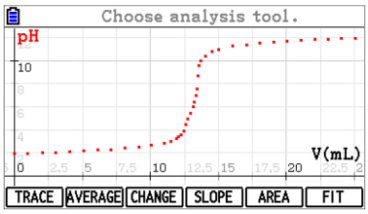


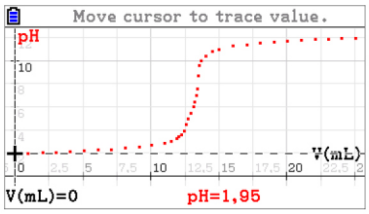
Para não ter uma linha a unir os pontos, é possível em "Shape", alterar para [F1](*mark*) e selecionar o tamanho do ponto ([F3] – dot 3). Selecionar [F6](CREATE) para visualizar o gráfico de pontos.

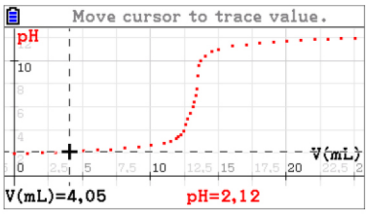


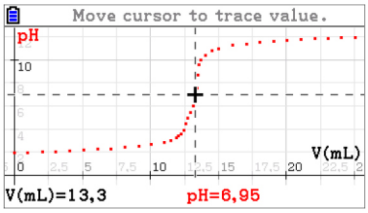


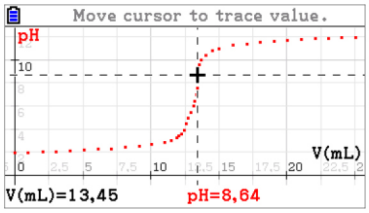
Em [F3](ANALYSE), usar o [F1](TRACE) para visualizar o volume e o pH de alguns pontos.

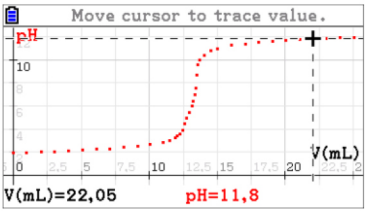


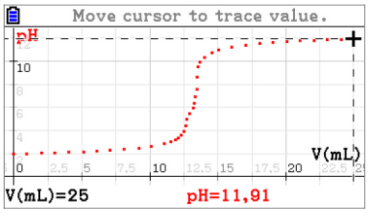






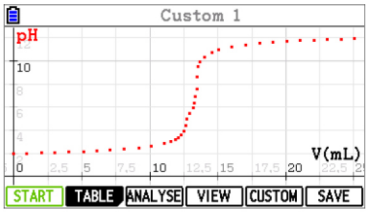






Devem fazer-se pelo menos três titulações. Assim, estes dados devem ser guardados no menu da estatística.

Para guardar os dados, usar a opção [F6](SAVE), escolher "*Lists*" (usar a seta do cursor para baixo ▼) e pressionar [EXE]. O volume é guardado na lista 1 e o valor de pH na lista 2.

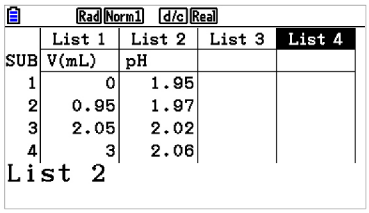


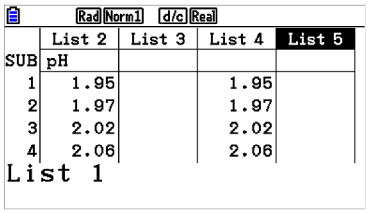


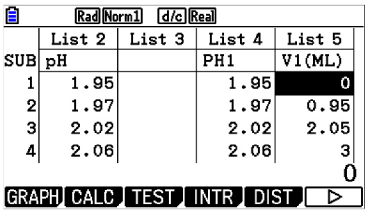


Ao iniciar uma nova titulação, os dados que estão no *Data Logger* são substituídos por novos. Ao guardar os dados da segunda titulação estes vão substituir os da titulação anterior, pelo que se recomenda que se organize o menu da estatística. Colocar o cursor sobre a lista 4 e escrever *List* 2 e [EXE] ([SHIFT] [1] [2] e [EXE]). Ao fazer este procedimento o valor de pH que está na lista 2 é copiado para a lista 4. De uma forma idêntica, copiamos o conteúdo da lista 1 para a lista 5. O volume da primeira titulação irá passar a constar na lista 5.

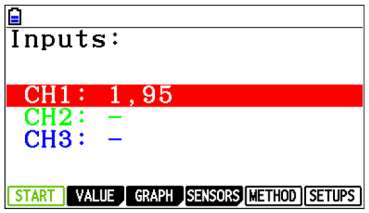
José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias





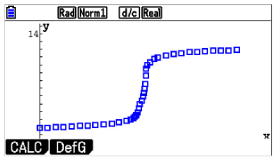
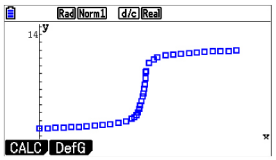
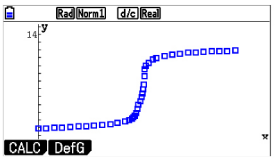


Voltar ao menu *Data Logger* e iniciar a recolha de dados da segunda titulação. Os procedimentos para obter um gráfico de pontos, copiar os dados para a estatística e organizar os dados no menu da estatística são iguais aos anteriormente referidos. Se não usar este procedimento, recomenda-se a introdução dos dados manualmente. O processo manual é moroso e sujeito a erros de digitação.



Na tabela 1 constam os dados recolhidos em três titulações.

Tabela 1 – Dados recolhidos em três ensaios.

1.º ensaio			2.º ensaio			3.º ensaio		
								
n	***pH***	***V* / mL**	***n***	***pH***	***V* / mL**	***n***	***pH***	***V* / mL**
1	1,95	0,00	1	2,00	0,00	1	1,95	0,00
2	1,97	0,95	2	2,02	1,00	2	2,02	1,00
3	2,02	2,05	3	2,04	2,00	3	2,05	2,00
4	2,06	3,00	4	2,07	3,05	4	2,07	3,00
5	2,12	4,05	5	2,14	4,00	5	2,20	4,00
6	2,17	5,10	6	2,20	5,01	6	2,25	5,00
7	2,23	6,10	7	2,25	6,00	7	2,30	6,02
8	2,31	7,05	8	2,35	6,98	8	2,35	7,00
9	2,40	8,10	9	2,40	8,00	9	2,40	8,00
10	2,50	9,15	10	2,52	9,00	10	2,52	9,00
11	2,65	10,05	11	2,70	10,01	11	2,75	10,00
12	2,84	11,00	12	2,90	11,00	12	2,85	11,00
13	3,01	11,50	13	3,20	11,75	13	3,20	12,00
14	3,20	11,85	14	3,40	12,05	14	4,02	12,75
15	3,37	12,05	15	3,65	12,30	15	5,70	13,10
16	3,56	12,25	16	4,02	12,50	16	6,30	13,20
17	3,89	12,45	17	4,50	12,70	17	6,95	13,30
18	4,42	12,60	18	4,95	12,80	18	8,80	13,40

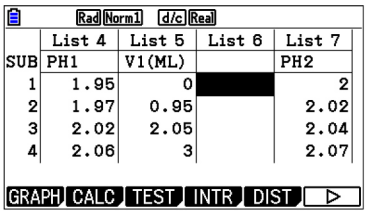
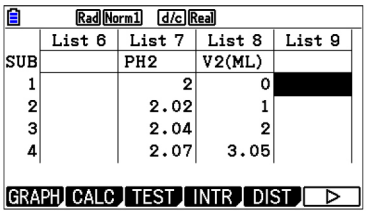
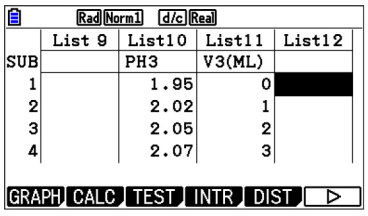
19	4,97	12,70
20	5,43	12,90
21	5,97	13,15
22	6,37	13,20
23	6,95	13,30
24	7,56	13,40
25	8,64	13,45
26	9,55	13,50
27	9,93	13,65
28	10,35	14,00
29	10,74	14,50
30	10,98	15,00
31	11,24	16,00
32	11,37	17,00
33	11,52	18,00
34	11,62	19,00
35	11,68	20,00
36	11,75	21,00
37	11,80	22,05
38	11,85	23,00
39	11,88	24,00
40	11,91	25,00

19	5,50	12,90
20	6,04	13,10
21	6,45	13,20
22	7,05	13,30
23	7,60	13,40
24	8,40	13,45
25	9,20	13,50
26	9,95	13,60
27	10,40	13,90
28	10,80	14,50
29	11,05	15,00
30	11,30	16,00
31	11,45	17,02
32	11,52	18,00
33	11,65	19,00
34	11,68	20,00
35	11,75	21,00
36	11,85	22,01
37	11,90	23,00
38	11,90	24,05

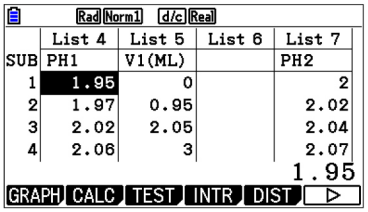
19	9,40	13,50
20	10,80	14,00
21	11,20	15,00
22	11,40	16,00
23	11,50	17,00
24	11,60	18,02
25	11,65	19,00
26	11,75	20,01
27	11,70	21,00
28	11,90	22,01
29	12,00	23,00
30	12,00	24,05
31	12,05	25,00

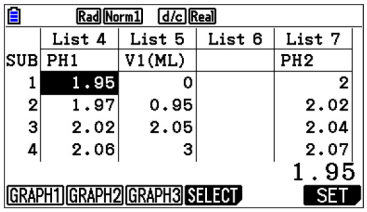
Os dados recolhidos foram organizados, no menu da estatística, de acordo com a tabela 2.

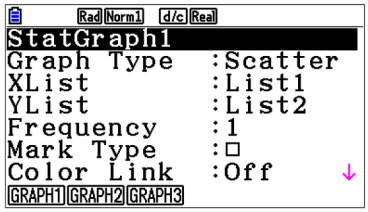
Tabela 2 – Organização, no menu da estatística, dos dados recolhidos nos três ensaios.

1.º ensaio	2.º ensaio	3.º ensaio
		

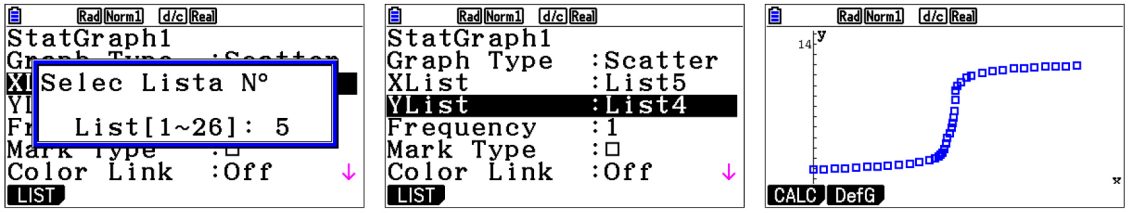
Para obter o gráfico dos três ensaios no menu da estatística, ir a F1 (GRAPH), definir o gráfico estatístico F6 (SET) e as listas correspondentes. Para o primeiro ensaio selecionar StatGraph1.



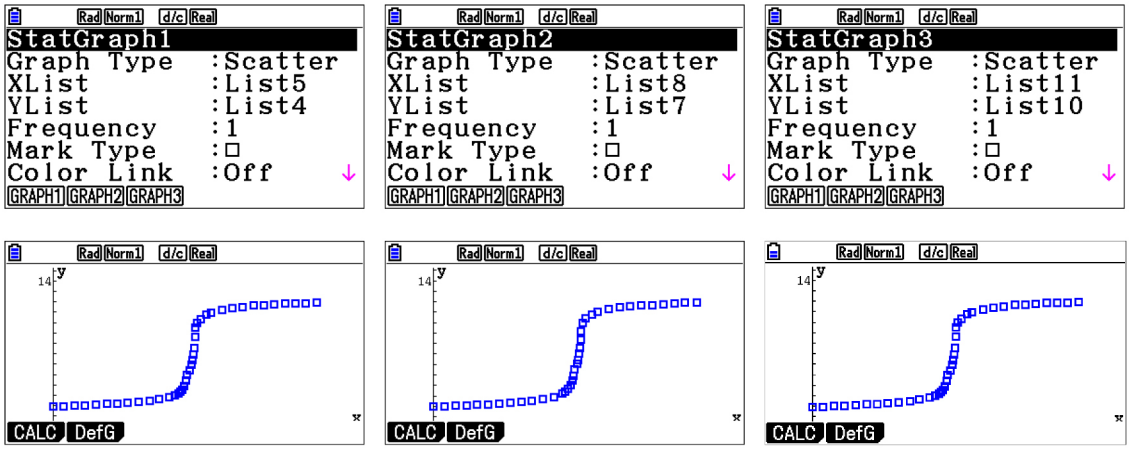




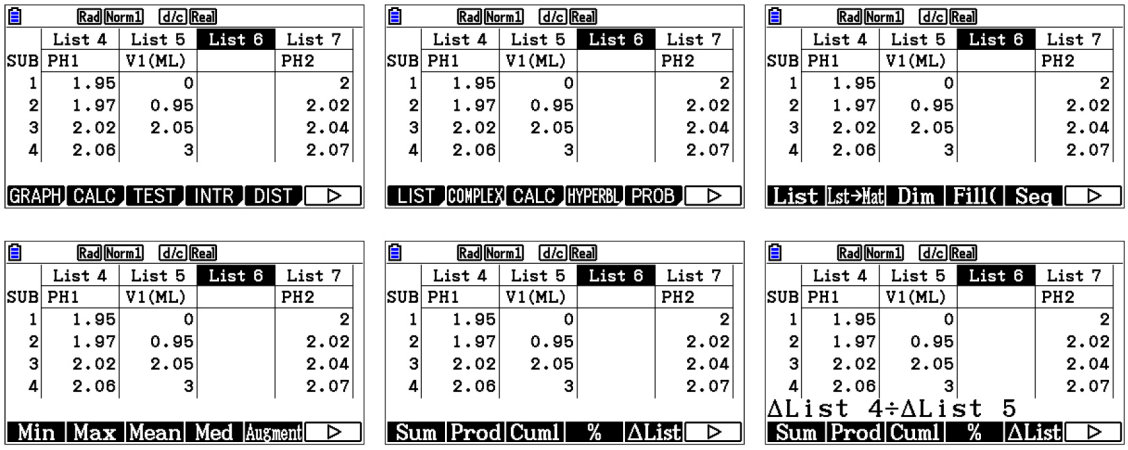
Em *XList* escolher F1(LIST) e 5 e em *YList* escolher F1(LIST) e 4 (pH em função do volume). Regressar ao ecrã anterior (EXIT) e F1(GRAPH1) para visualizar o gráfico.



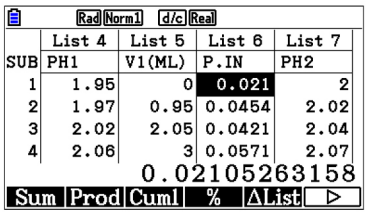
Para os outros dois ensaios o processo é idêntico.



Segundo Reger, Googe e Mercer (1997)[1], o ponto para o qual o pH varia mais rapidamente, na curva de titulação, é o ponto de inflexão e o ponto de equivalência. Esse valor pode ser estimado a partir do máximo do quociente da variação do pH pela variação de volume de titulante gasto, $\frac{\Delta pH}{\Delta V}$, entre duas amostras consecutivas. Assim, para determinar esse quociente, com o cursor sobre lista 6, usar as opções (OPTN), F1 (LIST), rodar a barra que se encontra no rodapé F6 (▷) até encontrar em F5($\Delta List$). Escrever $\Delta List\ 4 \div \Delta List\ 5$.



[1] Reger, D. L., Goode, S. R. e Mercer, E. E. (1997). *Química: princípios e aplicações*. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa.

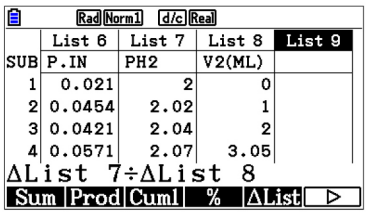


	List 4	List 5	List 6	List 7
SUB	PH1	V1(ML)	P.IN	PH2
1	1.95	0	0.021	2
2	1.97	0.95	0.0454	2.02
3	2.02	2.05	0.0421	2.04
4	2.06	3	0.0571	2.07

0.02105263158

Sum Prod Cuml % ΔList ▷

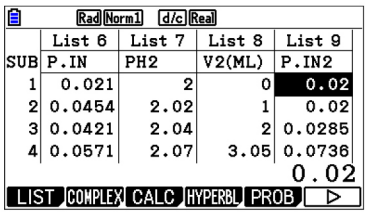
O processo deve ser repetido para a lista 9 ($\Delta List\ 7 \div \Delta List\ 8$) e para a lista 12 ($\Delta List\ 10 \div \Delta List\ 11$).



	List 6	List 7	List 8	List 9
SUB	P.IN	PH2	V2(ML)	
1	0.021	2	0	
2	0.0454	2.02	1	
3	0.0421	2.04	2	
4	0.0571	2.07	3.05	

ΔList 7÷ΔList 8

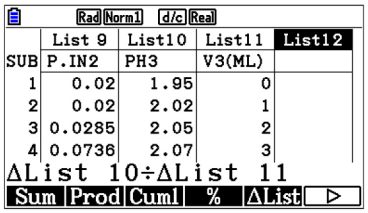
Sum Prod Cuml % ΔList ▷



	List 6	List 7	List 8	List 9
SUB	P.IN	PH2	V2(ML)	P.IN2
1	0.021	2	0	0.02
2	0.0454	2.02	1	0.02
3	0.0421	2.04	2	0.0285
4	0.0571	2.07	3.05	0.0736

0.02

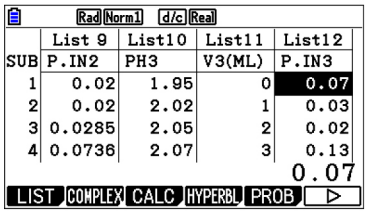
LIST COMPLEX CALC HYPERBL PROB ▷



	List 9	List10	List11	List12
SUB	P.IN2	PH3	V3(ML)	
1	0.02	1.95	0	
2	0.02	2.02	1	
3	0.0285	2.05	2	
4	0.0736	2.07	3	

ΔList 10÷ΔList 11

Sum Prod Cuml % ΔList ▷

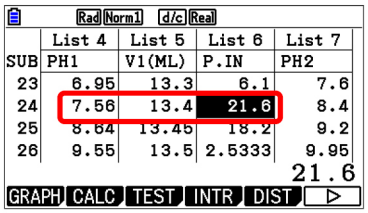


	List 9	List10	List11	List12
SUB	P.IN2	PH3	V3(ML)	P.IN3
1	0.02	1.95	0	0.07
2	0.02	2.02	1	0.03
3	0.0285	2.05	2	0.02
4	0.0736	2.07	3	0.13

0.07

LIST COMPLEX CALC HYPERBL PROB ▷

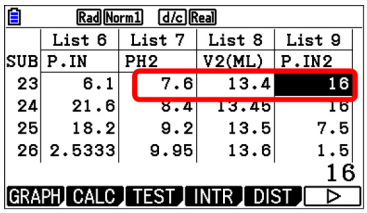
Os valores máximos encontrados para os três ensaios são os indicados nos ecrãs abaixo.



	List 4	List 5	List 6	List 7
SUB	PH1	V1(ML)	P.IN	PH2
23	6.95	13.3	6.1	7.6
24	7.56	13.4	21.6	8.4
25	8.64	13.45	18.2	9.2
26	9.55	13.5	2.5333	9.95

21.6

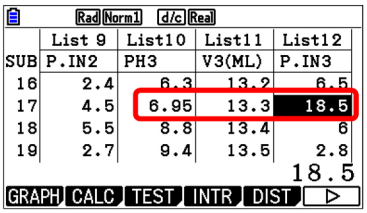
GRAPH CALC TEST INTR DIST ▷



	List 6	List 7	List 8	List 9
SUB	P.IN	PH2	V2(ML)	P.IN2
23	6.1	7.6	13.4	16
24	21.6	8.4	13.45	16
25	18.2	9.2	13.5	7.5
26	2.5333	9.95	13.6	1.5

16

GRAPH CALC TEST INTR DIST ▷



	List 9	List10	List11	List12
SUB	P.IN2	PH3	V3(ML)	P.IN3
16	2.4	6.3	13.2	6.5
17	4.5	6.95	13.3	18.5
18	5.5	8.8	13.4	6
19	2.7	9.4	13.5	2.8

18.5

GRAPH CALC TEST INTR DIST ▷

Nota 2 - Deve ter-se em atenção que, nos três ensaios, os volumes de titulante gasto até ao ponto de equivalência devem ser concordantes ($\Delta V \leq 0{,}10$ mL).

A partir dos ecrãs anteriores obtém-se a média do pH no ponto de equivalência e o volume médio de titulante gasto até ser atingido esse ponto,

$$\overline{pH} = \frac{7{,}56+7{,}60+6{,}95}{3} = 7{,}37$$

$$\overline{V} = \frac{13{,}40+13{,}40+13{,}30}{3} = 13{,}37 \text{ mL}.$$

Determinação da concentração da solução titulada

$$HC\ell\ (aq) + NaOH\ (aq) \rightarrow NaC\ell\ (aq) + H_2O\ (l)$$

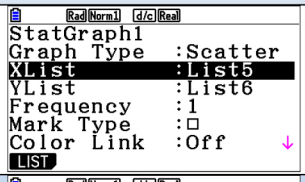
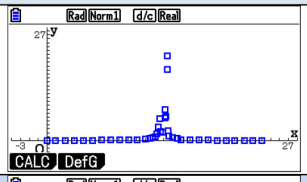
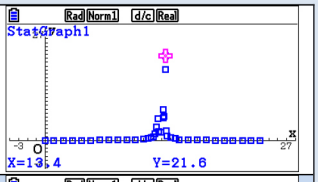
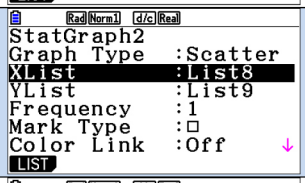
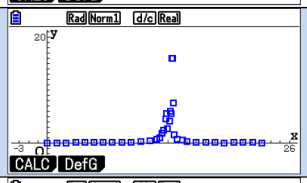
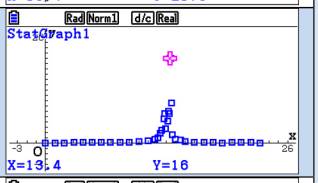
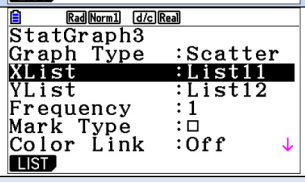
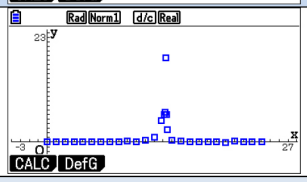
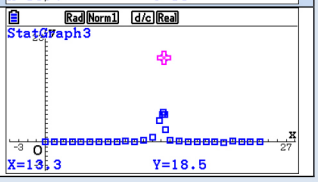
Atendendo à estequiometria da reação, no ponto de equivalência:

$$n(HC\ell) = n(NaOH) \Leftrightarrow c(HC\ell) \times V(HC\ell) = c(NaOH) \times V(NaOH) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow c(HC\ell) = \frac{c(NaOH) \times V(NaOH)}{V(HC\ell)} = \frac{0{,}100 \times 13{,}37}{20{,}00} = 0{,}0669 \text{ mol dm}^{-3}$$

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

Também se pode visualizar o ponto de equivalência através do máximo do gráfico do quociente, $\frac{\Delta pH}{\Delta V}$, em função do volume de titulante gasto, V. Com o gráfico desenhado pressionar SHIFT 1 (TRACE), usar as setas do cursor e encontrar o ponto máximo.

1.º ensaio			
2.º ensaio			
3.º ensaio			

8 – Conclusões

A utilização desta técnica permite determinar, com algum rigor, a concentração desconhecida de um ácido ou de uma base a partir da concentração conhecida de uma base ou de um ácido, respetivamente.

Nesta titulação (ácido forte com base forte), o pH do ponto de equivalência da mistura reacional é neutro, uma vez que todos os iões H_3O^+ reagem com todos os iões OH^-, formando H_2O. A 25 °C o pH no ponto de equivalência é 7. A titulação foi realizada para uma temperatura próxima dos 19 °C sendo que, neste caso, o pH previsto para a mistura neutra é ligeiramente superior (7,1). Tendo em conta as incertezas dos instrumentos e as variações de temperatura, o valor médio dos três ensaios (7,37) é aceitável.

Notas

AL 11Q 3 – Efeito da temperatura na solubilidade de um soluto sólido em água

1 – Aprendizagens Essenciais

Investigar, experimentalmente, o efeito da temperatura na solubilidade de um soluto sólido em água, formulando hipóteses, controlando variáveis e avaliando os resultados.

2 – Objetivos (com base nas metas curriculares revogadas pelo Despacho n.º 6605-A/2021)

1 - Justificar procedimentos que permitam determinar a forma como a solubilidade de um soluto sólido em água varia com a temperatura.
2 - Determinar a solubilidade de um soluto sólido a uma determinada temperatura com base nas medições efetuadas.
3 - Traçar a curva de solubilidade.

3 – Material

- 1 CLAB com a versão 2.33 instalada ou superior
- 1 Calculadora gráfica Casio *fx*-CG50 com o *Data Logger* versão 2.00 ou superior
- 1 Cabo SB-62 (cabo que liga a calculadora ao CLAB, incluído na calculadora)
- 1 Sensor de temperatura (BT01, incluído no CLAB)
- 1 Copo de precipitação de 500 mL
- 1 Esguicho
- 1 Espátula
- 1 Pipeta graduada ou volumétrica de 10,0 mL
- 1 Pompete ou macrocontrolador
- 5 Tubos de ensaio e rolhas
- 1 Balança
- 1 Placa de aquecimento com agitação
- Água destilada
- Nitrato de potássio

José Jorge Teixeira e Ana Margarida Dias

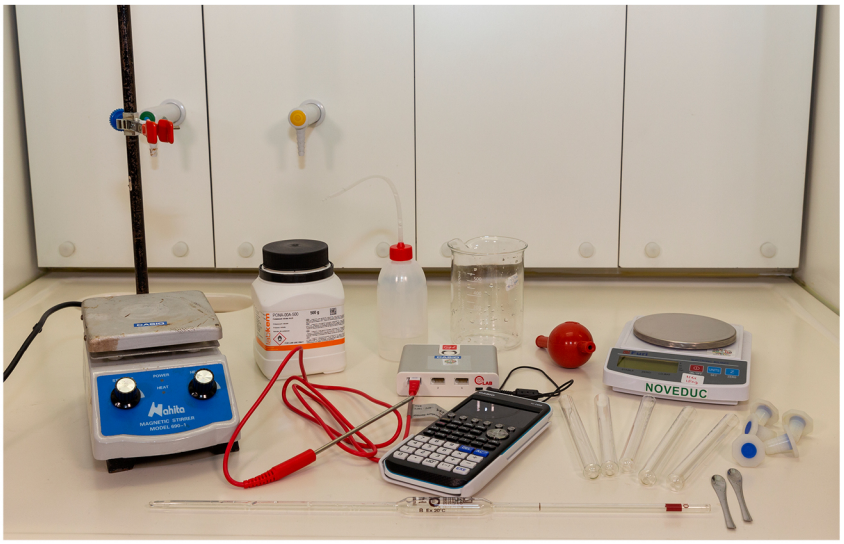


Figura 1 – Material necessário para a atividade.

4 – Montagem do material

Nesta atividade pretende-se obter a equação que traduz a evolução da solubilidade do nitrato de potássio com a temperatura. A montagem utilizada foi a da figura 2.

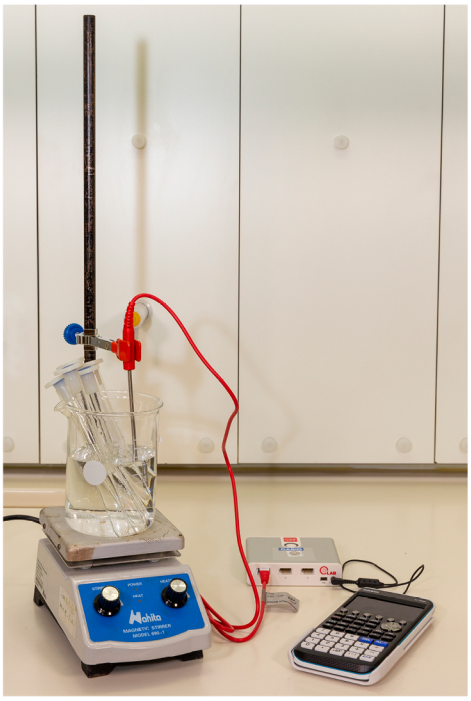


Figura 2 – Montagem para a determinação da solubilidade do nitrato de potássio.

Ligar os instrumentos de acordo com as seguintes indicações (figura 2):

- O CLAB deve estar ligado à calculadora através do cabo SB-62;
- O cabo do sensor de temperatura liga ao canal 1 do CLAB.

5 – Sugestões e notas gerais

- O procedimento desta atividade está baseado, resumidamente, nas seguintes etapas:

1 – Colocar as massas de KNO_3 indicadas na tabela 1 em cada um dos tubos de ensaio;
2 – Transferir 10,0 mL de água destilada para cada um dos tubos e agitar a mistura;
3 – Colocar os tubos de ensaio num copo de 500 mL com água;
4 – Aquecer a água do copo de 500 mL até cerca de 70 °C e agitar os tubos até todo o KNO_3 estar dissolvido;
5 – Retirar um tubo do banho de água quente e colocar o sensor de temperatura no interior do tubo. Agitar a solução com o sensor à medida que vai arrefecendo. Registar a temperatura quando se inicia a cristalização (figura 3).
6 – Repetir a etapa 5 para os restantes tubos de ensaio.

Tabela 1 – Massa de KNO_3 em cada um dos tubos de ensaio.

Tubo	1	2	3	4	5
***m* / g**	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0

- Incerteza de leitura do sensor de temperatura: 0,01 °C.
- Incerteza de leitura da balança: 0,1 g.

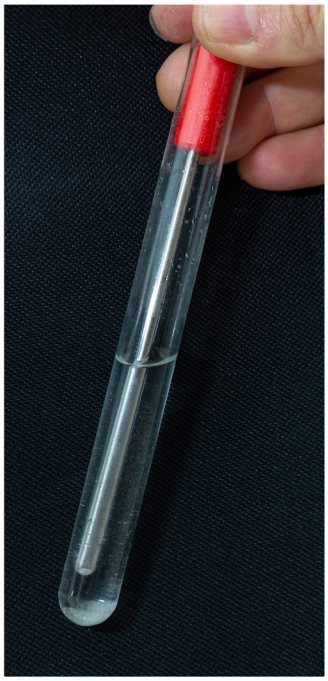
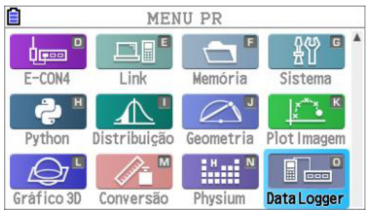
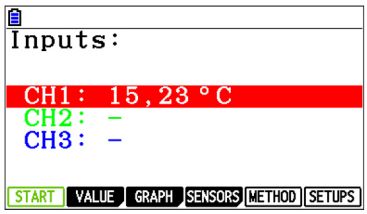


Figura 3 – Cristalização do KNO_3.

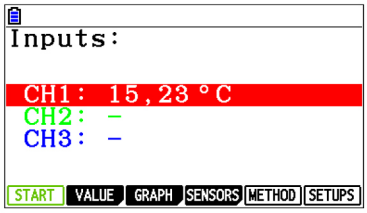
6 - Procedimento para a recolha de dados com a calculadora

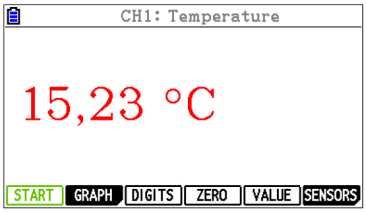
Entrar no menu *Data Logger*. Com o sensor de temperatura no canal 1 é possível visualizar o valor da temperatura.

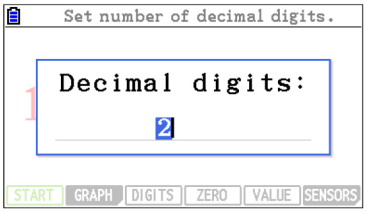


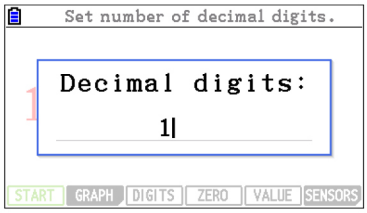


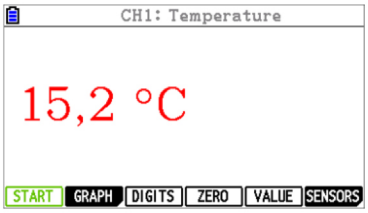
Nesta atividade só é necessário utilizar uma casa decimal. Para fazer esta alteração deve ter o cursor sobre o canal 1, pressionar [F2](VALUE), escolher [F3](DIGITS) e introduzir [1] [EXE]. Regressar ao ecrã anterior [EXIT].







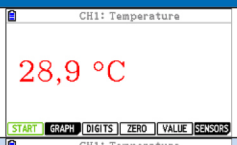
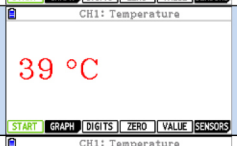
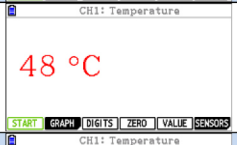
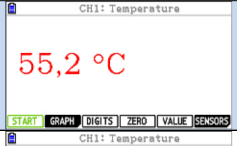
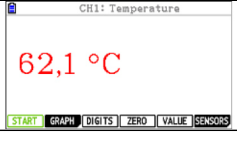




Na tabela 2 constam os ecrãs da temperatura obtida quando se inicia a cristalização em cada um dos tubos.

A solubilidade, *s*, foi determinada a partir da massa dissolvida em cada um dos tubos de ensaio, sendo o valor apresentado em gramas de KNO_3 dissolvido por 100 g de água.

Tabela 2 – Solubilidade do KNO_3, em gramas por 100 g de água, à temperatura medida em cada um dos tubos de ensaio.

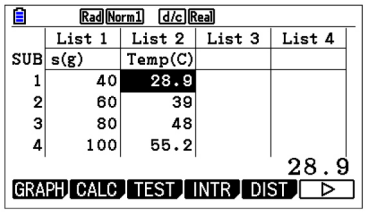
Tubo	*s* / (g de KNO_3 dissolvido em 100 g de H_2O)	*T* / °C
1	40	
2	60	
3	80	
4	100	
5	120	

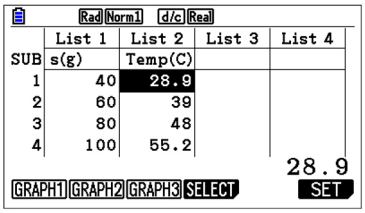
7 - Tratamento dos dados

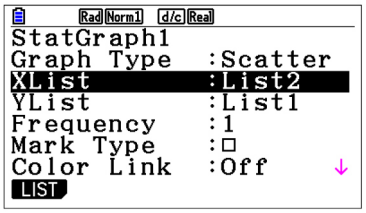
Para obter a equação que traduz a evolução da solubilidade do nitrato de potássio com a temperatura, é necessário encontrar a melhor regressão que se ajusta aos dados experimentais.

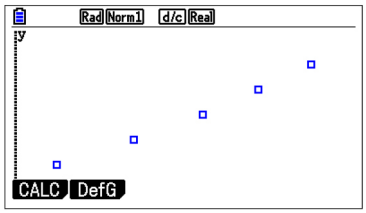
Pretende-se o gráfico de dispersão da solubilidade, *s*, em função da temperatura, *T*. No menu da estatística, introduzir os valores da solubilidade na lista 1 e os valores da temperatura na lista 2.

Em [F1](GRAPH) configurar o gráfico selecionando [F6](SET) para definir as listas, neste caso para o eixo dos *xx*, a *List* 2 (temperatura) e para o eixo dos *yy*, a *List* 1 (solubilidade). Depois de definir, regressar ao ecrã anterior [EXIT] e desenhar [F1](GRAPH1). O gráfico é exibido.





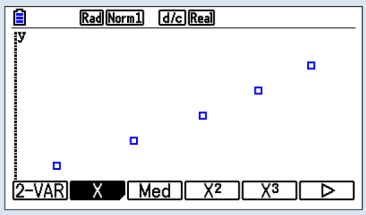


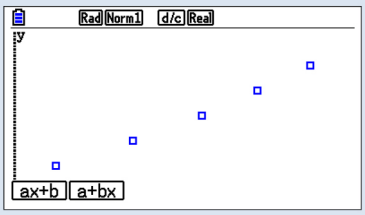


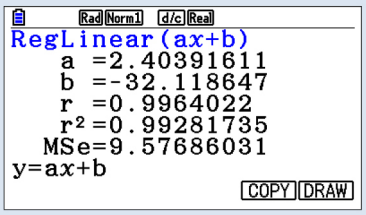
As regressões que parecem ajustar-se aos dados da solubilidade em função de temperatura são a linear ou a quadrática.

Para calcular as regressões pressionar [F1](CALC). Escolher [F2](X) e [F1](ax+b) para a regressão linear. Para a regressão quadrática, escolher [F4](X^2). Os parâmetros das regressões são exibidos.

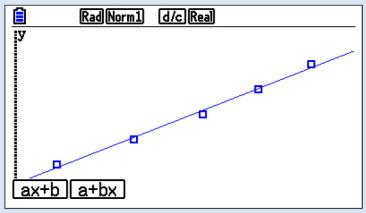
Regressão linear



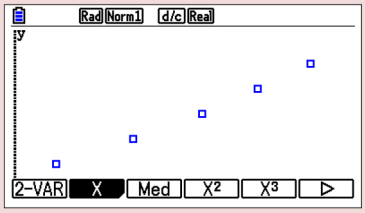


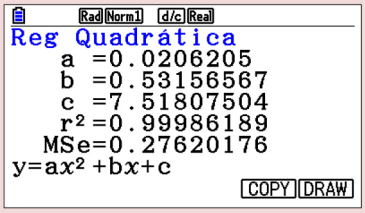


Para visualizar a reta de regressão sobre os pontos pressionar [F6](DRAW).

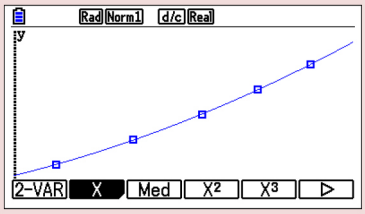


Regressão quadrática

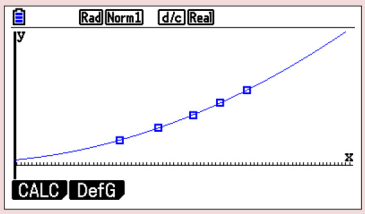




Para visualizar a curva de regressão sobre os pontos pressionar F6 (DRAW).



Ao usar a tecla ⊖ (diminuição do zoom) é possível ter uma melhor visualização da curva.



De acordo com os coeficientes de correlação, a regressão que melhor traduz a evolução da solubilidade do nitrato de potássio com a temperatura é a quadrática. A figura 4 também mostra que a evolução da solubilidade com a temperatura não é linear.

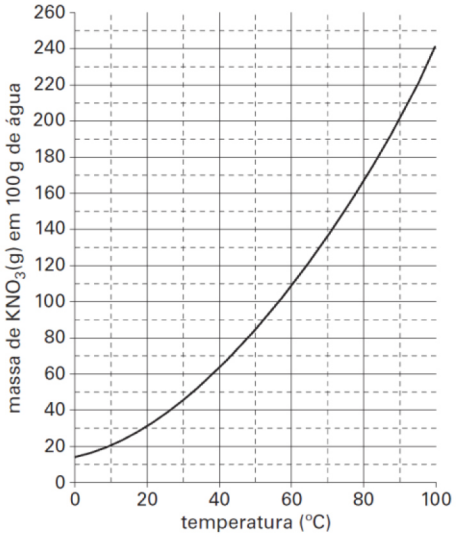
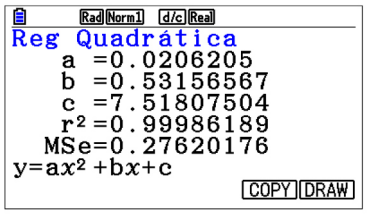
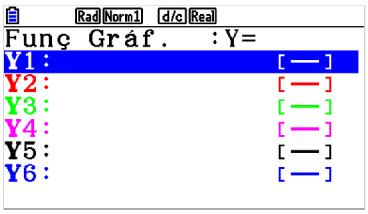


Figura 4 – Curva de solubilidade do nitrato de potássio.

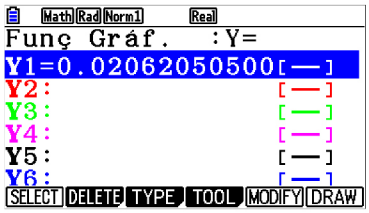
A equação de ajuste para a curva de solubilidade do KNO_3 é $y = 0{,}0206\,x^2 + 0{,}532\,x + 7{,}52$ ou $s = 0{,}0206\,T^2 + 0{,}532\,T + 7{,}52$.

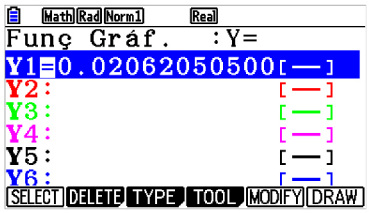
Para estimar o valor da solubilidade para temperaturas não medidas pode usar-se a regressão obtida no menu [5] (menu gráfico). Ao usar a opção [F5](COPY), o editor gráfico é aberto. Escolher o local onde guardar a regressão quadrática, por exemplo Y1 e pressionar [EXE] para guardar.

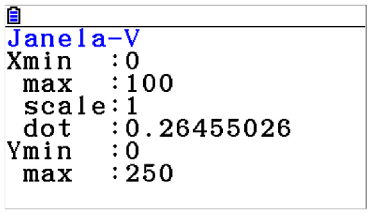


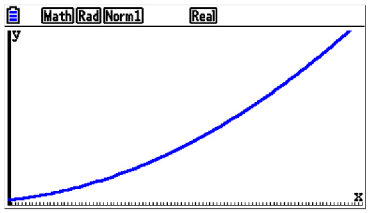


No menu [5] (menu gráfico) está visível a expressão. Pressionar [F1](SELECT) para a ativar. Ajustar os valores da janela de visualização [SHIFT] [F3] para os sugeridos abaixo. Para desenhar usar [F6](DRAW).



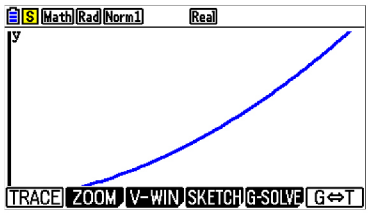


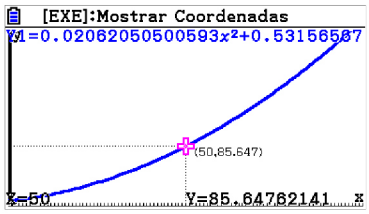


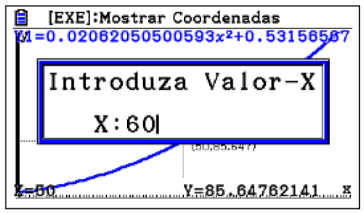


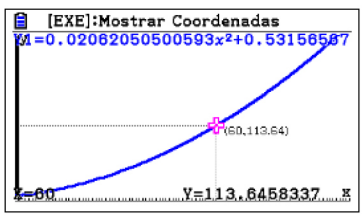
Com o gráfico desenhado ativar o TRACE usando [SHIFT] [F1]. O cursor fica num ponto do gráfico.

Para conhecer, por exemplo, a solubilidade a 60 °C, introduzir [6] [0] e pressionar [EXE]. O cursor marca a ordenada para o ponto de abcissa 60.





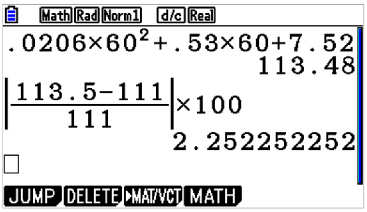




A partir da equação de ajuste também se pode determinar a solubilidade a 60 °C,

$$s = 0{,}0206 \times 60^2 + 0{,}53 \times 60 + 7{,}52 = 113{,}5 \text{ g} / 100 \text{ g de água.}$$

Sabendo que o valor tabelado a essa temperatura é 111 g / 100 g de água, o erro relativo percentual tem o valor de 2,3%.



7 - Conclusões

Nesta atividade verificou-se que a solubilidade do nitrato de potássio, KNO_3, aumenta com o aumento da temperatura. A sua dissolução em água é endotérmica.

A curva de solubilidade aproxima-se, muito satisfatoriamente, da curva prevista para o intervalo de temperaturas medidas, $\sim[25;\ 65]$ °C. Para temperaturas que se afastam desse intervalo o desvio é significativo. Por exemplo, para 0 °C o valor obtido para a solubilidade é 7,5 g / 100 g de água e o valor tabelado é 13,3 g / 100 g de água. O erro relativo percentual, neste caso, é de 43,6%.

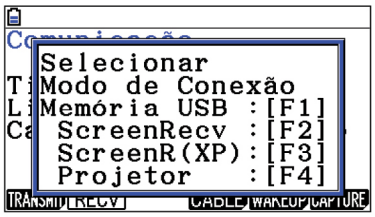
As principais causas de erro podem estar associadas a erros na medição de massas e volumes, à deficiente calibração dos instrumentos de medida, à dificuldade em visualizar o início da cristalização e à possibilidade das soluções, no arrefecimento, ficarem sobressaturadas.

No sentido de melhorar os resultados obtidos devem ser realizados, para cada massa da tabela 1, três ensaios e determinados os valores médios das temperaturas.

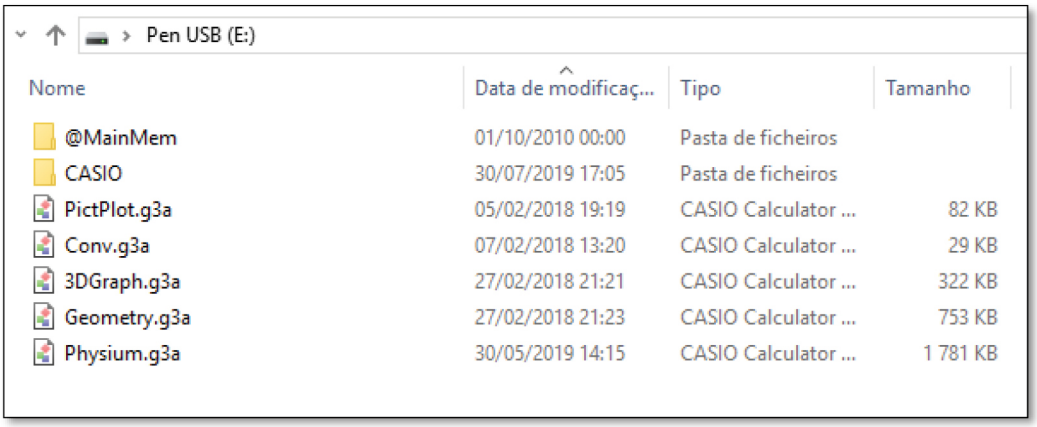
Anexo 1 - Obter o programa “BOLASALT”

Este programa encontra-se na página da Casio Portugal em: https://www.casio-calculadoras.com/index.php/experiencias-de-laboratorio

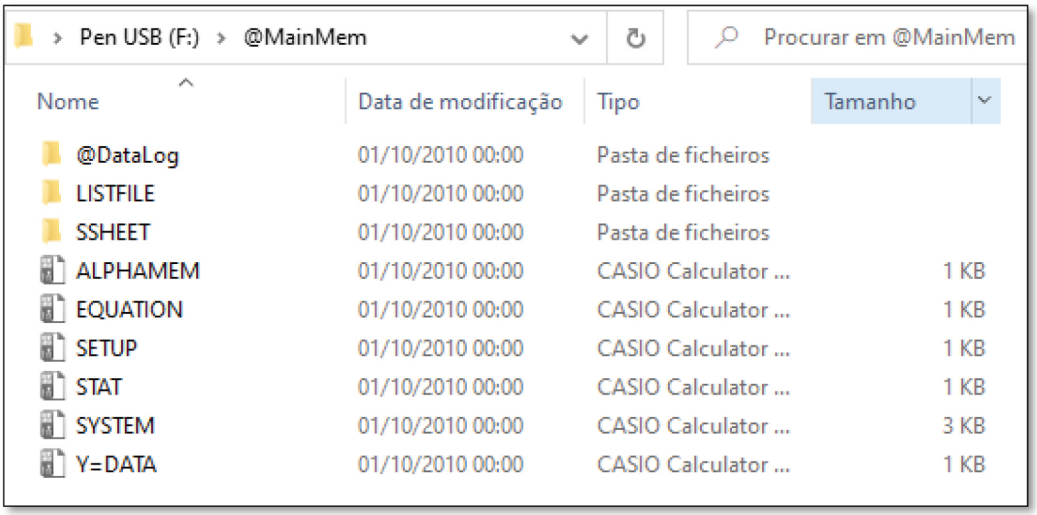
Deve descarregar e guardar o programa no seu computador. Depois de guardado, ligar a calculadora ao computador através do cabo USB e pressionar F1 (Memória USB).



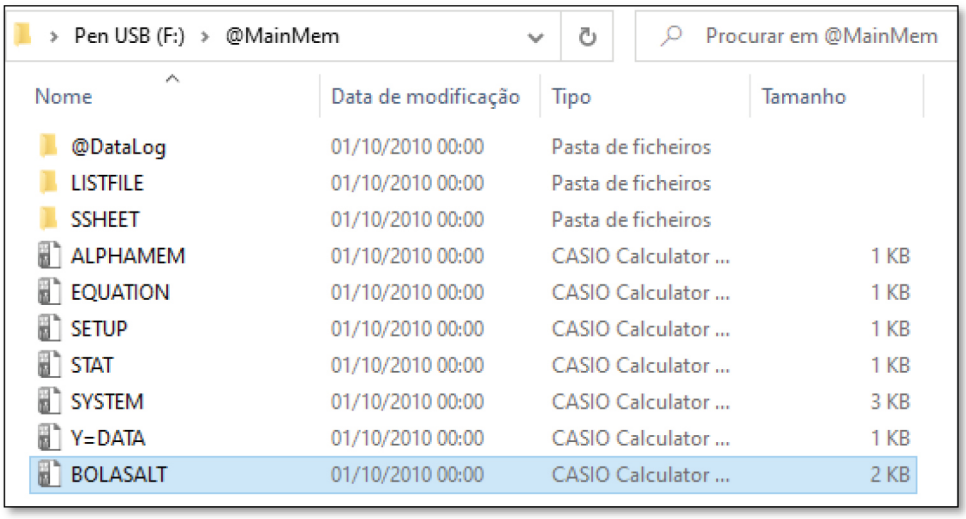
O computador vai reconhecer a calculadora como um disco amovível.



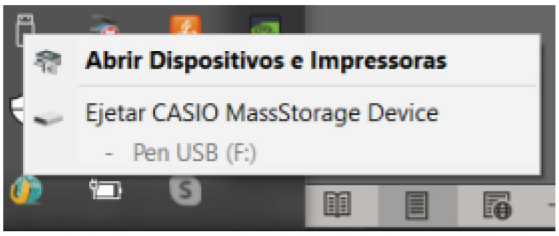
Abrir a pasta @MainMem.



Copiar para dentro dessa pasta o programa *BOLASALT*.



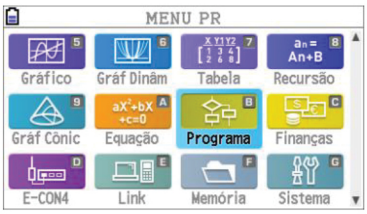
Usar a opção de remoção de hardware com segurança antes de retirar o cabo USB da calculadora/computador.



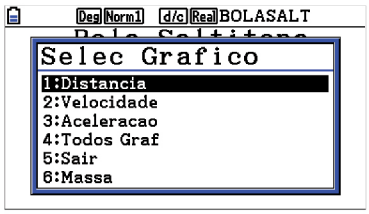
Desligar a calculadora do computador.

O programa BOLASALT já está disponível para ser utilizado.

Entrar no menu Programa, colocar o cursor sobre o programa *BOLASALT* e pressionar F1 (EXE).







Anexo 2 - Modalidades de recolha de dados com a *fotogate*

Quando o feixe de luz infravermelha na célula fotoelétrica é interrompido (figura 1), a diferença de potencial na célula baixa para valores próximos de 0 V (LED emite luz verde) e permanece próximo desse valor enquanto o feixe continuar interrompido. Quando deixa de estar interrompido (LED apagado), a diferença de potencial na célula é próxima de 5 V.

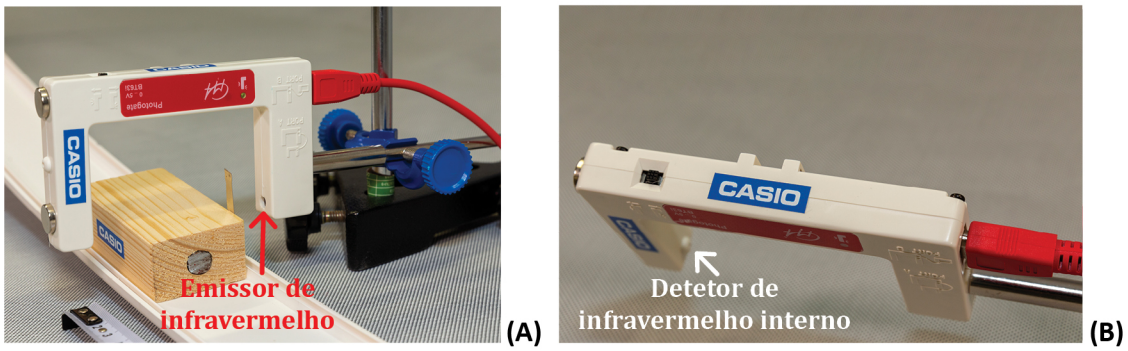
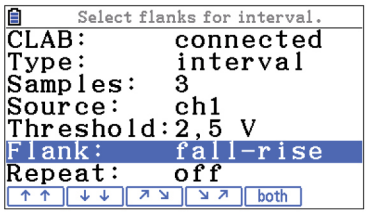


Figura 1 – Emissor (A) e detetor interno de infravermelho (B) da célula fotoelétrica.

O valor de *Threshold* deve ser 50% do alcance do sensor, isto é 2,5 V. Quando o sinal sobe acima de 2,5 V é interpretado como *Rise* e quando cai, abaixo desse valor, é interpretado como *Fall*.



A opção *Flank* permite selecionar o flanco onde inicia e termina a medição do intervalo de tempo. A figura 2 mostra as opções disponíveis.

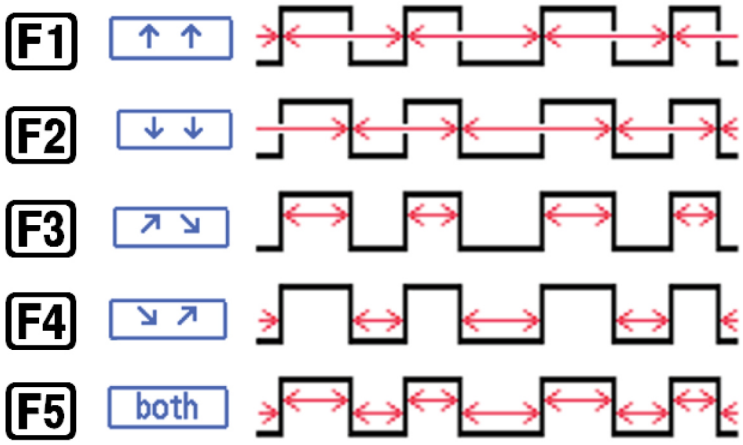
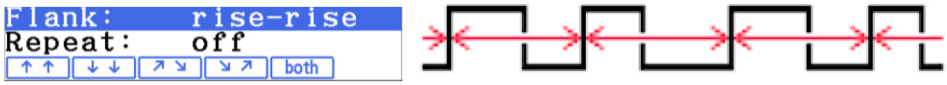


Figura 2 – Diversas opções para obter intervalos de tempo com a célula fotoelétrica.

De seguida são descritas, resumidamente, cada uma das opções e apresentados alguns exemplos.

F1 Rise-Rise:



Intervalo de tempo entre dois instantes consecutivos em que o feixe na célula deixa de estar interrompido (intervalos de tempo entre flancos de subida sucessivos). A figura 3 mostra a placa de acrílico transparente, com duas fitas adesivas opacas coladas nas extremidades, utilizada na AL 11F 1.1. Quando se larga a placa, acima da célula fotoelétrica, o intervalo de tempo, Δt, medido com a opção *rise-rise* está indicado na figura 3.

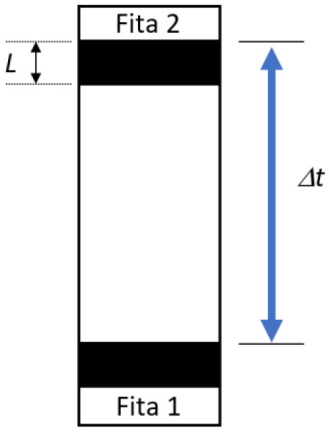
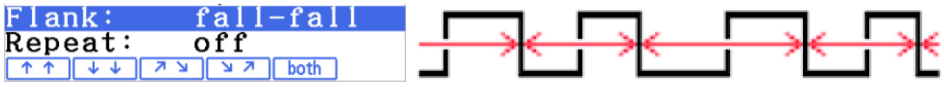


Figura 3 – Intervalo de tempo medido, Δt, com a opção rise-rise.

F2 Fall-Fall:



Intervalo de tempo entre dois cortes consecutivos do feixe na célula, isto é, duas interrupções consecutivas do feixe (intervalos de tempo entre os flancos de queda de sinal sucessivos). Esta opção é adequada para determinar o período de um pêndulo (figura 4). Cada vez que o cilindro passa pela célula fotoelétrica interrompe o feixe. O intervalo de tempo entre duas interrupções consecutivas é metade do período do pêndulo.

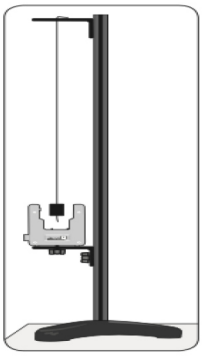
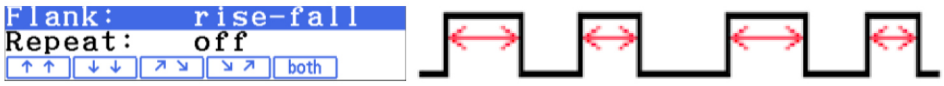


Figura 4 – Utilização da opção *fall-fall* para a determinação do período de um pêndulo.

F3 Rise-Fall:



Intervalo de tempo entre dois instantes consecutivos em que o feixe da célula deixa de estar interrompido e passa a estar interrompido (intervalos de tempo entre os flancos sucessivos de subida e descida do sinal). Na figura 5 está indicado o intervalo de tempo medido, Δt_2, com a opção *rise-fall*.

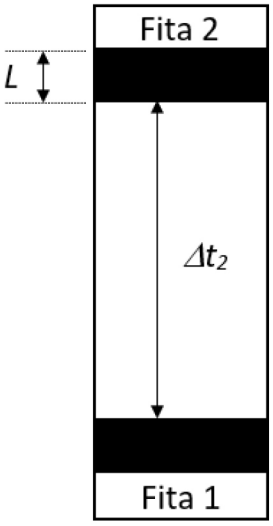


Figura 5 – Intervalo de tempo medido, Δt_2, com a opção *rise-fall.*

F4 Fall-Rise:



Intervalo de tempo entre dois instantes consecutivos em que o feixe da célula é interrompido e deixa de estar interrompido (intervalos de tempo entre os flancos sucessivos de descida e subida do sinal). Esta opção é adequada para determinar o intervalo de tempo que um carrinho demora a atravessar uma célula fotoelétrica (interrupção única) (figura 6).

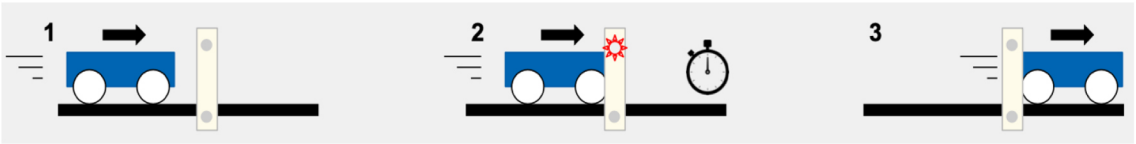
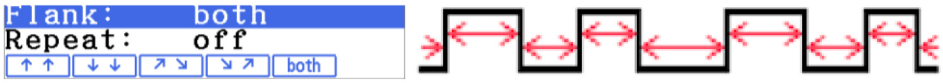


Figura 6 – Intervalo de tempo que um carrinho demora a atravessar a célula (opção *fall-rise).*

Um carrinho move-se num plano horizontal e interrompe o feixe de luz da célula fotoelétrica. Quando o feixe da célula é bloqueado, o sinal medido cai para um valor inferior a 2,5 V e o sistema inicia o registo do tempo. Quando o carrinho sai da célula, o feixe deixa de estar interrompido, o sinal sobe acima de 2,5 V e o sistema termina a contagem do tempo. Neste caso obtém-se o intervalo de tempo que o carrinho interrompeu a célula fotoelétrica.

F5 Both:



Todos os intervalos de tempo, isto é, intervalos de tempo entre a subida e descida do sinal e a descida e subida do sinal. Na figura 7 estão indicados os intervalos de tempo a medir (Δt_1, Δt_2, Δt_3), com a opção *both.*

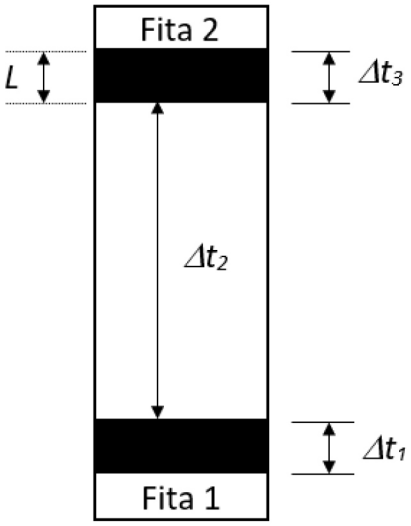


Figura 7 – Intervalos de tempo a medir com a opção *both.*

Notas

Notas

CASIO

CASIO PORTUGAL
Rua do Pólo Sul • N.º 2 • 4.º Andar • 1990-273 Lisboa
Telefone: 218 939 170 • Fax: 218 939 179
Email: casioportugal@casio.pt • www.casio.pt